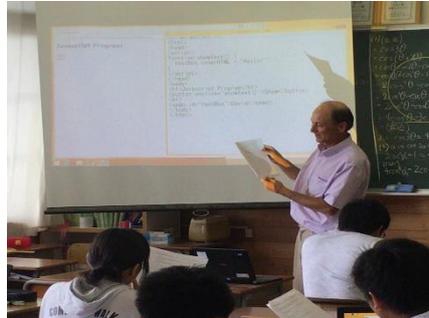


平成 29 年度 長野県屋代高等学校
SSH(スーパーサイエンス)課題研究

研究報告書集

平成 30 年 3 月



長野県屋代高等学校理数科委員会

目次

I. 平成29年度2年理数科 課題研究

【数学分野】

1. 二次、三次の項を含む漸化式
～初項によって極限は変化する～ 坂口菜々美 下崎 高 宮川卓也 宮坂実季 … 1
2. 微分を利用した概形速解法
～関数のグラフのふるまいを簡単につかみたい！～ 飯島みなみ 風間莉子 清水秋月 … 7
3. 高校数学を深めよう！
～まだ世の中にない応用法の発見～ 伊藤佑太 小泉 慧 佐藤陸玖 鈴木詩唯 西澤 隆 … 13

【物理分野】

4. サボニウス型風車による風力発電
～風速と発電量の変化について～ 石川雅和 内田涼太 曾根健太 戸井田一聖 若林 治 … 20
5. つむじ風の発生原因を探る
～水と空気の違いからの分析～ 井原智也 志田翔太 田中海里 西部あぐる … 24

【化学分野】

6. アルミニウム電池の小型化
～実用的な電池の研究～ 佐藤魁和 藤森智也 三浦良太 … 28
7. フェノールの性質について
～ Fe^{3+} 定量法への可能性～ 長田玲奈 酒井奈留美 津山陽奈 西澤穂乃香 本藤美羽 … 32

【生物分野】

8. カエデの模倣で滞空時間をのばそう
～滞空時間をのばす最高の条件は？～ 小坂井敦生 宮本竜也 隆 凜太郎 … 36
9. エンバクによる発芽抑制
～「科」による発芽抑制効果の違い～ 石田ひかり 清野 聖 久保田 都 榎原美桜 羽生遥海 … 41

【地学分野】

10. たまねぎ状風化の形成過程を探る
～岩石内のFeイオンの量の測定～ 井浦瑞葵 太田真衣佳 尾崎麟太郎 澁谷孝希 … 45

II. 平成29年度3年理数科 課題研究

SSH The collection of Researches … 50

【資料】

1. 課題研究等に関する外部評価結果一覧
平成29年度（平成28年度生）～平成22年度（平成21年度生）の実績 … 71
2. 過去の課題研究テーマ（数学分野・理科分野） … 81

二次、三次の漸化式

～初項の値によって極限は変化する～

研究者：坂口菜々美 下崎 高 宮川卓也 宮坂実季

指導教諭：蟻川修史

1. 研究概要および目的

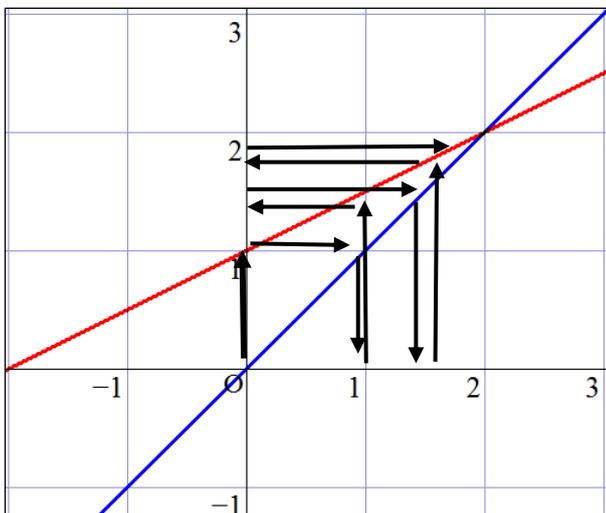
数B、数Ⅲにおける数列の分野で登場する漸化式は、一次の項を含むもののみであった。そこで私たちは二次や三次の項を含む漸化式の一般項やその極限值がどのようになるのかに興味を持ち、研究を行った。今回の研究では、一次関数を利用し、二次の項を持つ三種類の漸化式について、初項の変化にともなう一般項の極限が示すグラフの振る舞いについて分析した。

二次の項を含む漸化式について左辺を一次関数 $y = x$ 、右辺を二次関数として表現する。一次関数 $y = x$ を①とし、曲線と直線の関係に着目して、Ⅰ①と交わらない場合、Ⅱ①と接する場合、Ⅲ①と異なる2点で交わる場合に分け、3本の漸化式を作成し（全て下に凸）、それぞれの漸化式について、初項の変化にともなう極限の動向を分析した。その結果、Ⅰのときは、初項の値に関わらず極限は正の無限大に発散し、Ⅱのときは、初項の値によって値は変化するが、極限は定まることが分かり、Ⅲのときは、二つの交点の x の値が整数の場合と小数の場合では、極限の定まり方に違いがみられた。この性質が他の二次の項を含む漸化式についても成り立つのではないかと考え研究を進め、一般項の極限の振る舞いについて、様々な性質や法則を見つけることができた。

2. 研究内容・研究方法

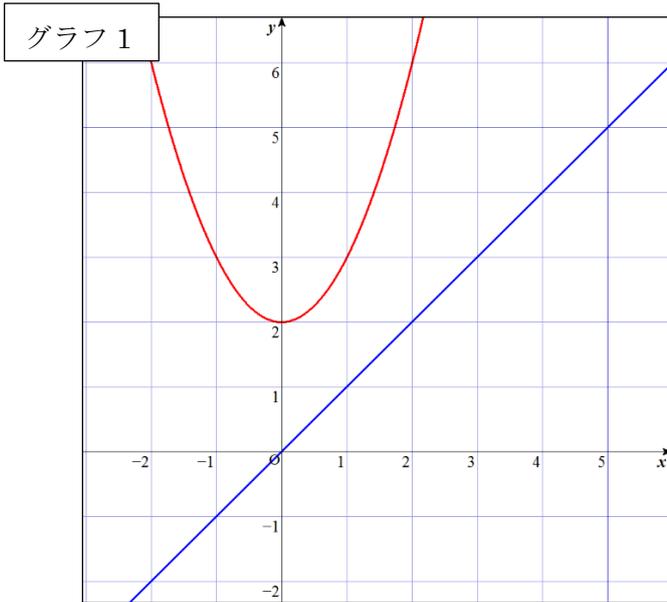
まず、数列の一般項を a_n とする。漸化式をグラフで表すために、 a_n を x 、 a_{n+1} を y とおき、 x - y グラフに表す。そこに、 $y = x$ のグラフを重ね、2つのグラフの交点と極限值、初項の間に何らかの関係があるのか、調べる。二次の項を含む漸化式の極限を考えるうえで元になる、一次の項を含む漸化式の考え方を先に記す。

ここでは、 $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ を $y = \frac{1}{2}x + 1$ として、考える。この数列の極限を特性方程式を用いて求めると、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ となる。これをグラフで考える。



$a_1 = 0$ としたとき、グラフの矢印のように、考えると、 $a_2 = 1$ となる。同様にして、同じ作業を繰り返すと、 a_n と a_{n+1} が2に近づくのがわかる。これは、特性方程式を用いて求めたこの数列の極限值と一致する。よってここから、数列を視覚化したグラフは、 $y = x$ のグラフの交点と極限值が一致することがわかる。この手法を二次、三次の項を含む漸化式でも用いて極限を観察してみる。ここでは①との交点の数に着目して場合分けする。ただし、二次の項を含む①の交点は有理数とする。以下の数値計算結果は「Microsoft office Excel」を用いて算出する。

3. 実験結果・考察



〈二次の項を含む漸化式の場合〉

二次関数には、 $y = x \cdots \textcircled{1}$ のグラフとの交点が、0個の場合、1個の場合、2個の場合がある。

I ①と交わらない場合

$a_{n+1} = a_n^2 + 2$ を $y = x^2 + 2$ として、考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 1)

このグラフの①との交点はない。このとき数列の一般項の極限は、初項の値に関係なく正の無限大に発散する。

II ①と接する場合

$a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}$ を $y = x^2 + \frac{1}{4}$ として、考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 2)

このグラフは①と $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ の一点で接する。ここで初項について場合分けすると、

$$a_1 < -\frac{1}{2} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$-\frac{1}{2} \leq a_1 \leq \frac{1}{2} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$$

$$a_1 > \frac{1}{2} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

III ①と異なる2点で交わる場合

$a_{n+1} = a_n^2 - 6a_n + 10$ を $y = x^2 - 6x + 10$ として、考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 3)

このグラフの①との交点は、 $(2, 2)$ 、 $(5, 5)$ の2個である。ここで初項について場合分けすると

$$a_1 < 1 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

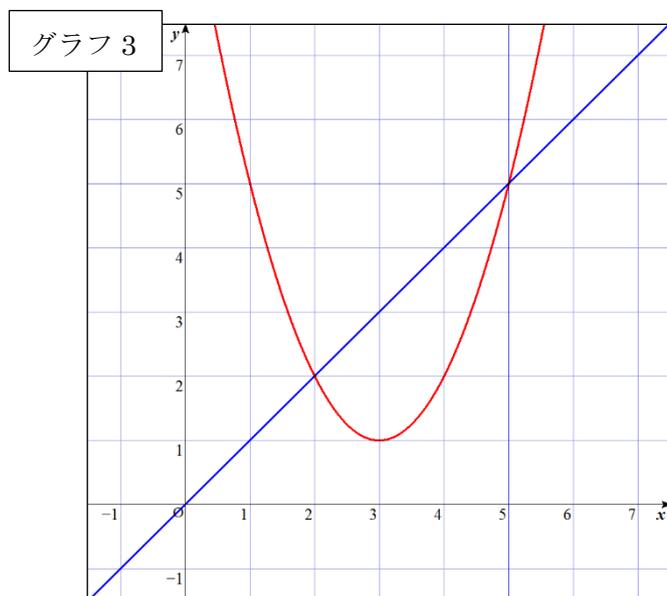
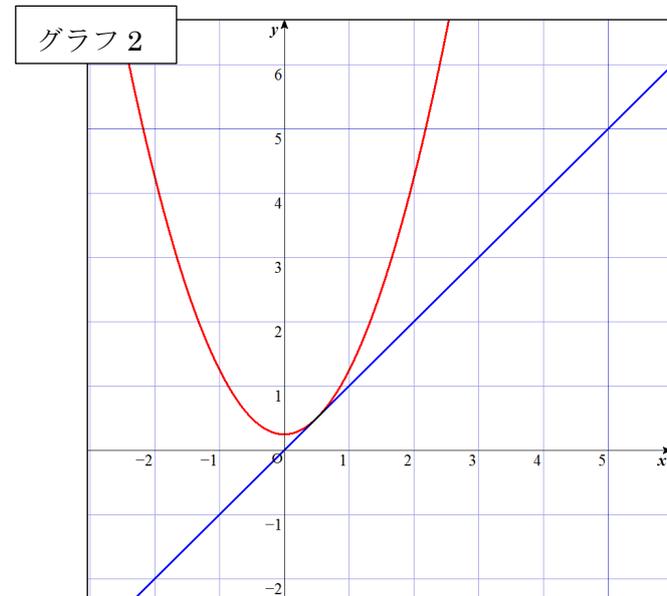
$$a_1 = 1 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$$

$1 < a_1 < 2$ のとき極限は無い。

$$a_1 = 2 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$$

$2 < a_1 < 3$ のとき極限は無い。

$$a_1 = 3 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$$



$3 < a_1 < 4$ のとき極限は無い。

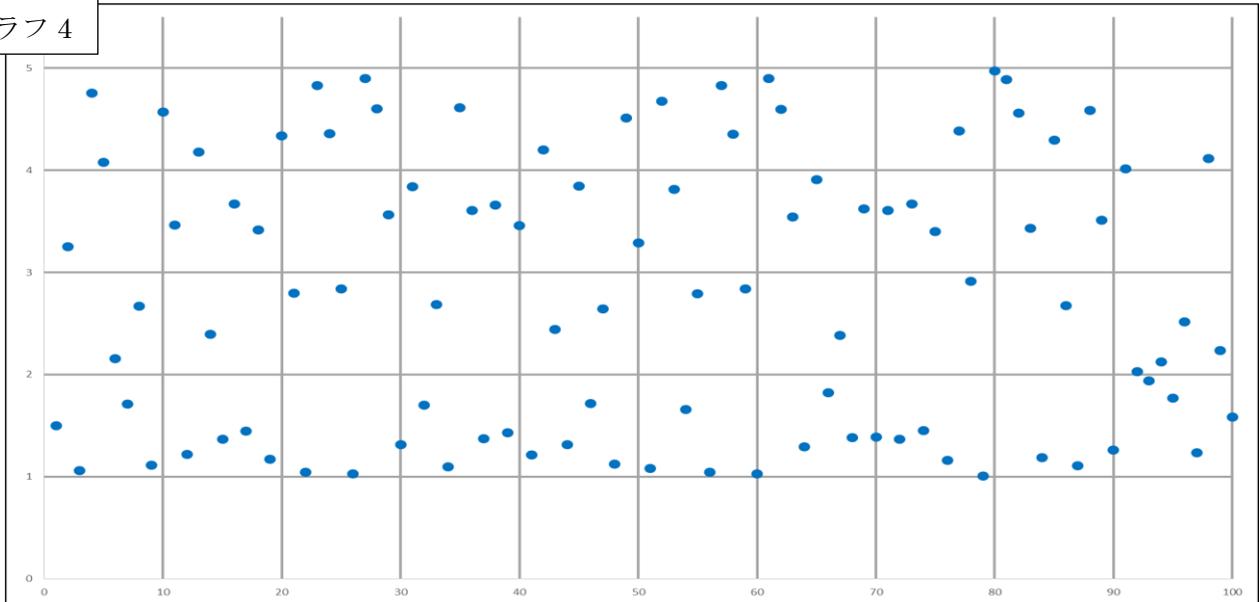
$a_1 = 4$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

$4 < a_1 < 5$ のとき極限は無い。

$a_1 = 5$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$

$a_1 > 5$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

グラフ 4

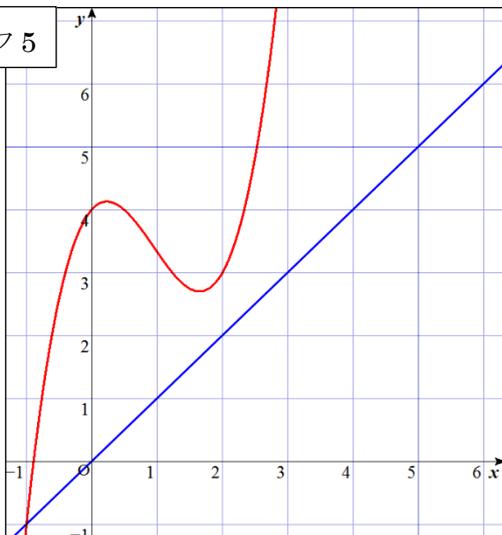


ここで、極限值が定まらないときの項の値の振る舞いについて考えてみる。極限值が定まらないのは $1 < a_1 < 5$ かつ $a_1 \neq \mathbb{Z}$ (\mathbb{Z} : 整数) の時である。 $a_1 = 1.5$ の時の、第 100 項までの値を示す。(グラフ 4) この時、第 100 項までの全ての項 a_m の値は、 $1 < a_m < 5$ の範囲に存在する。ここで、「二次の項を含む漸化式が①と異なる二点で交わるとき、漸化式のグラフの頂点から最も離れた①との交点の x 座標の差の絶対値だけ頂点の両側に極限值が定まる範囲があり、その範囲の整数が初項の場合、漸化式の極限は定まり、その範囲の少数が初項の場合、漸化式の極限は定まらないが、その範囲の中で振動して、同じ値はとらない(ただし交点と y 座標が一致する少数は除く)」と仮定して他の二次の項を含み①と二点で交わる漸化式も調べたところ、この仮定は矛盾しなかった。

〈三次の項を含む漸化式の場合〉

三次関数にはいろいろな形状があるが、今回の研究では極小と極大がグラフに起こした時に第一象限にあるもののみとした。また、 x^3 の係数は 0 より大きいとする。三次関数には、 $y = x \cdots$ ①のグラフとの交点が、1 個の場合、2 個の場合、3 個場合がある。 I ①との交点が 1 個の場合

グラフ 5



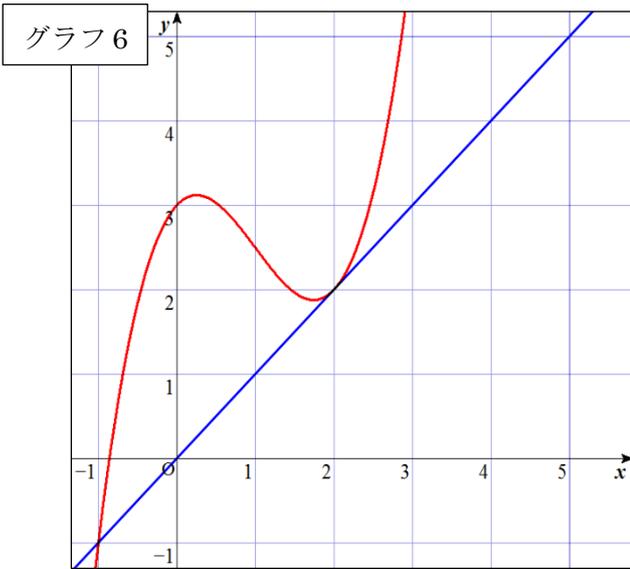
$$a_{n+1} = a_n^3 - \frac{17}{6}a_n^2 + \frac{7}{6}a_n + 4 \text{ を } y = x^3 - \frac{17}{6}x^2 + \frac{7}{6}x + 4$$

として考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 5) このグラフの①との交点は $(-1, -1)$ 、の 1 個である。ここで初項について場合分けすると、

$$a_1 < -1 \text{ のとき、 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

$$a_1 = -1 \text{ のとき、 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -1$$

$a_1 > -1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ と場合分けできることが推測できる。



II ①との交点が2個の場合

(1)極値の座標が①のグラフの上側にある場合

$$a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n^3 - \frac{9}{4}a_n^2 + a_n + 3$$

$$y = \frac{3}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + x + 3$$

として考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 6)

このグラフの①との交点は、 $(-1, -1)$ 、 $(2, 2)$ の2個である。ここで初項について数値計算により、分析した結果、以下のように分類できる。

$$a_1 < -1 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

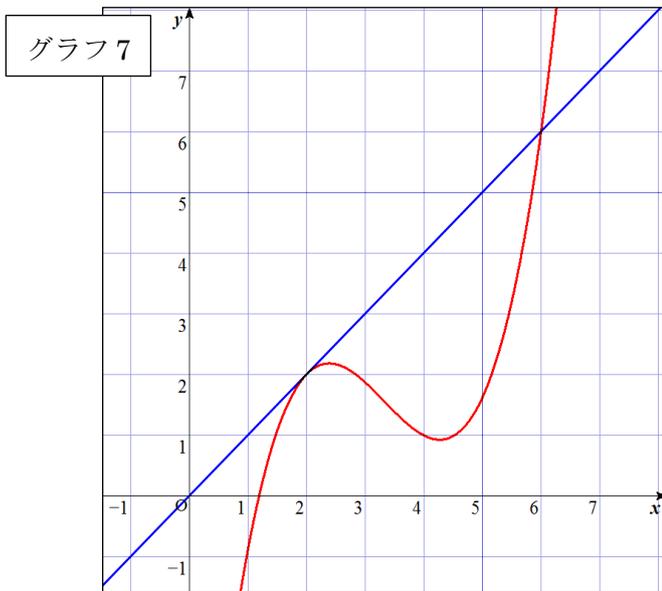
$$a_1 = -1 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -1$$

$$-1 < a_1 < \frac{3-2\sqrt{5}}{3} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \quad \frac{3-2\sqrt{5}}{3} \leq a_1 \leq \frac{3-\sqrt{33}}{6} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$$

$$\frac{3-\sqrt{33}}{6} < a_1 < \frac{3+\sqrt{33}}{6} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \quad \frac{3+\sqrt{33}}{6} \leq a_1 \leq 2 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 \quad a_1 > 2 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

と場合分けできることが推測できる。

(2)極値の座標が①のグラフの下側にある場合
 $a_{n+1} = \frac{3}{8}a_n^3 - \frac{15}{4}a_n^2 + \frac{23}{2}a_n - 9$ を $y = \frac{3}{8}x^3 - \frac{15}{4}x^2 + \frac{23}{2}x - 9$ として考える。この数列をグラフに表す。(グラフ 7) このグラフの①との交点は $(2, 2)$ 、 $(6, 6)$ の二個である。



ここで初項について数値計算により、分析した結果、以下のように分類できる。

$$a_1 < 2 \text{ のとき} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

$$2 \leq a_1 \leq \frac{12-2\sqrt{3}}{3} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$$

$$\frac{12-2\sqrt{3}}{3} < a_1 < \frac{12+2\sqrt{3}}{3} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

$$\frac{12-2\sqrt{3}}{3} \leq a_1 \leq \frac{10+4\sqrt{2}}{3} \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$$

$$\frac{10+4\sqrt{2}}{3} < a_1 < 6 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

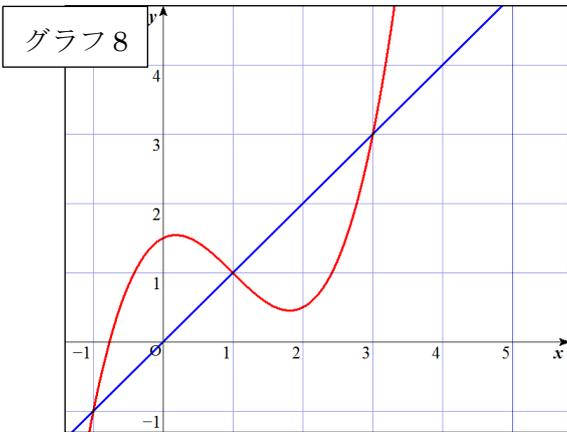
$$a_1 = 6 \text{ のとき、} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 6$$

$a_1 > 6$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ と場合分けできることが推測できる。

Ⅲ ①との交点が3個の場合

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n^3 - \frac{3}{2}a_n^2 + \frac{1}{2}a_n + \frac{3}{2}$ を $y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ として考える。この数列をグラフに表す。

(グラフ 8)



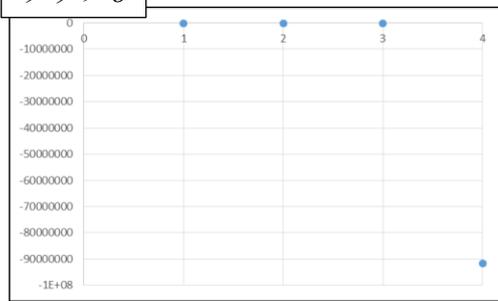
このグラフの交点は、 $(-1, -1)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(3, 3)$ の3個である。ここで初項について、数値計算により、分析すると、初項-2のときの値を示す。(グラフ 9)また初項4のときの値を示す。(グラフ 10)よって以上より、

$a_1 < -1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$

$a_1 = -1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -1$

$-1 < a_1 < 1$ のとき、極限は無い。

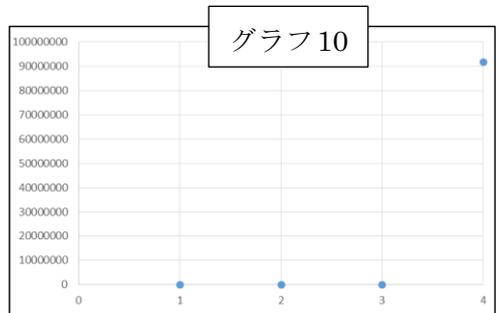
グラフ 9



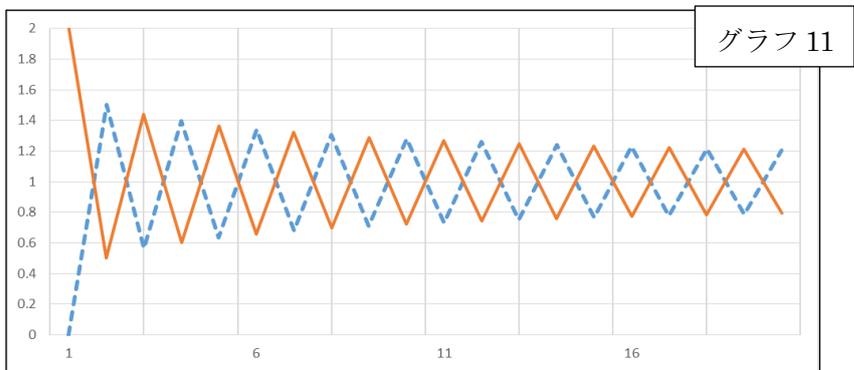
$a_1 = 1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ $1 < a_1 < 3$ のとき、極限は無い。

$a_1 = 3$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$

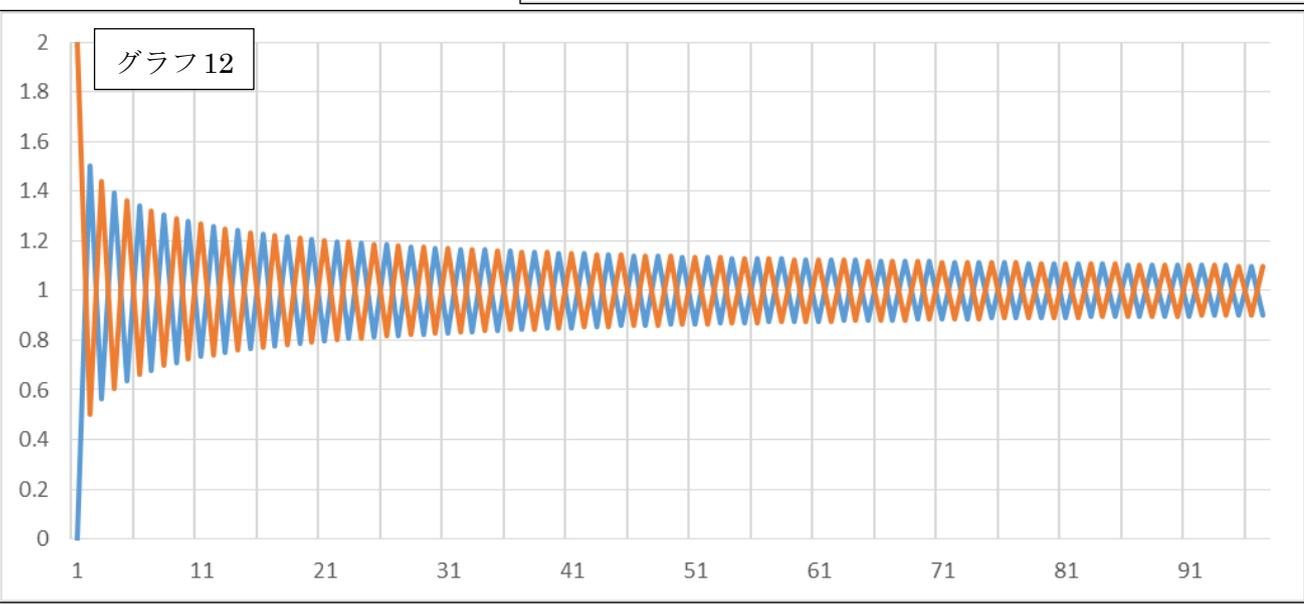
$3 < a_1$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ と場合分けできることが推測できる。



グラフ 10



グラフ 11



グラフ 12

ここで、極限值が定まらないときの項の値の振る舞いについて考えてみる。極限值が定まらないのは $-1 < a_1 < 3$ である。 $a_1 = 0, 2$ のときの、数値計算により求めた第 20 項までの値を示す。(グラフ 11) また第 100 項までの値を示す。(グラフ 12) この時、第 100 項までの全ての項 a_m の値は、1 に近づいていることが分かった。

a_1	0.00000	2.00000
a_{20000}	1.00707	0.99293
a_{40000}	1.00500	0.99500
a_{60000}	1.00408	0.99592
a_{80000}	1.00354	0.99646
a_{100000}	1.00316	0.99684

ここで項の値は 1 に近づいていくと仮定して第 100000 項まで値で 20000 項ずつの値をとる。(右表) よって表より項の値は 1 に限りなく近づいていくことが分かる。また、グラフの第 2 項以降について注目すると 0 と 2 は 1 項ずつずれてほぼ同じ(同じではないが)値をとっている。0、2 はと中心の交点からの距離が等しい。ここで、「3 次の項を含む漸化式が①と異なる 3 点で交わるとき、漸化式のグラフの①との交点の x 座標が最も小さな点より大きく x 座標が二番目に大きな交点を除き x 座標が最も大きな交点より小さな数を初項とする場合、漸化式の極限は定まらないが、 x 座標が二番目に大きな交点に限りなく近づく。また、交点への近づき方をグラフにすると x 座標が二番目に大きな交点からの距離が等しい点同士は 1 項ずつずれてほぼ同じ軌跡を描く。」と仮定して他の 3 次の項を含み①と 3 点で交わる漸化式も調べたところ、この仮定は矛盾しなかった。

4. まとめ

〈二次の項を含む漸化式の場合〉

①の式との交点の数に着目して場合分けすると、Ⅰ①と交わらない場合、初項が何であっても極限は正の無限大になる。Ⅱ①と接する場合、漸化式のグラフの頂点から①との接点の x 座標の差の絶対値分だけ頂点の両側に極限值が定まる範囲があり、その範囲の数が初項の場合、漸化式の極限は接点の x 座標に定まり、それ以外の数のとき、極限は正の無限大となる。Ⅲ①と異なる二点で交わる場合、漸化式のグラフの頂点から最も離れた①との交点の x 座標の差の絶対値分だけ頂点の両側に極限值が定まる範囲があり、その範囲の整数と、交点と y 座標が一致する小数が初項の場合、漸化式の極限は定まり、その範囲の少数が初項の場合、漸化式の極限は定まらないが、二点の交点の間で振動する(交点と y 座標が一致する小数は除く)ことが発見できた。

〈三次の項を含む漸化式の場合〉

Ⅰ①の式との交点が 1 つの場合、初項が①との交点より小さな値のとき極限は負の無限大となり、①との交点のとき極限は交点に収束し、①との交点より大きいとき極限は正の無限大となる。Ⅱ①との交点が 2 個の場合、初項を①との接点から極値(接点に近いほう)の y 座標の値をとる x を初項とするときその極限値は接点の値となる。Ⅲ①との交点が 3 個の場合 3 次の項を含む漸化式が①と異なる 3 点で交わるとき、漸化式のグラフの①との交点の x 座標が最も小さな点より大きく x 座標が二番目に大きな交点を除き x 座標が最も大きな交点より小さな数を初項とする場合、漸化式の極限は定まらないが、 x 座標が二番目に大きな交点に限りなく近づく。また、交点への近づき方をグラフにすると x 座標が二番目に大きな交点からの距離が等しい点同士は 1 項ずつずれてほぼ同じ軌跡を描く。

よって以上より、今回設定した条件を満たす二次、三次の項を含む漸化式において極小値から①との交点の間の数を初項とするとき数列の値の振る舞いは数奇であった。

今後は今回発見した性質や法則の証明や、今回設けた条件以外での二次、三次の漸化式の値の振る舞いについての研究を進めていきたい。

5. 参考文献

数研出版 「高等学校 数学Ⅲ」 数研出版 「高等学校 数学 B」

数研出版 「チャート式 基礎からの数学Ⅲ」 数研出版 「チャート式 基礎からの数学Ⅱ+B」

微分を利用したグラフ概形速解法

～関数のグラフのふるまいを簡単につかみたい！～

研究者：飯島みなみ 風間莉子 清水秋月
指導教諭 蟻川修史

1. 研究概要および目的

数Ⅲでは、関数の微分によって極大極小を求め、微分係数の正負を読み取り、増減表を作ってその関数のグラフを描くという内容を学ぶ。しかし、グラフを描くために、微分を計算して増減表を作成することは計算も煩雑で難しい。そこで、微分の計算をやらなくても、簡単にグラフを想起して問題を見通しよく解くことができないかと考え、分数関数、積の関数、合成関数などの様々な異なる変化を示す関数のグラフを描き、省略可能なポイントや簡単に極値を求める方法がないかを調べた。

2. 研究内容・研究方法

I 分数関数、積の関数、合成関数などのいくつかのパターンの関数のグラフを描き、省略可能なポイントや簡単に極値を求める方法がないかを調べる。

(1) 分数関数

極値をとる x の値、分子の関数、分母の関数について、計算に有効に利用できる公式を推測する。

(2) 積の関数

分数関数で得られた結果をふまえ、積の関数でも計算に有効に利用できる公式を立てて推測する。

(3) 合成関数

分数関数の微分、積の関数の微分から得た結果より、合成関数の微分計算を利用して、簡単に極値を求めることができる公式の成否について考察する。(1)～(3)の公式を使って求めた極値を用いて増減表やグラフを作成したり、グラフ描画ソフトなども利用したりして予測の正しさを検討する。

II グラフの概形を求める方法がないかを調べる。

(1) 漸近曲線の場合

分数関数についてグラフに漸近線がある場合、その関数より次数の低い漸近線の概形を求めることによって元のグラフの概形を求める方法が簡単になるのではないかと考えた。そこで、私たちは一般の漸近線だけでなく二次以上の関数の漸近曲線の場合を考え、それにそって実際にグラフを描き、グラフ描画ソフトなども利用して予測の正しさを検討する。

(2) グラフの掛け算より

積の関数 $y = f(x)g(x)$ について $y = f(x)$ の x 軸との交点と $y = g(x)$ の x 軸との交点、さらに極大値、極小値の点をプロットし、その間の各関数を掛けたときの正負を判別することによってグラフの概形を求める方法が簡単になるのではないかと考え、予測した方法で実際にグラフを描き、グラフ描画ソフトなども利用して予測の正しさを検討する。

3. 研究結果

I (1) 分数関数

【分数関数①】～増減表を作り極値を求める～

関数 $y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$ から法則性を考える。

まず、関数を微分して増減表（表1）を作成し、グラフ（図1）を作成する。

$$y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$$

（表1）増減表

$$= \frac{x^2 - 7x + 7}{x-6}$$

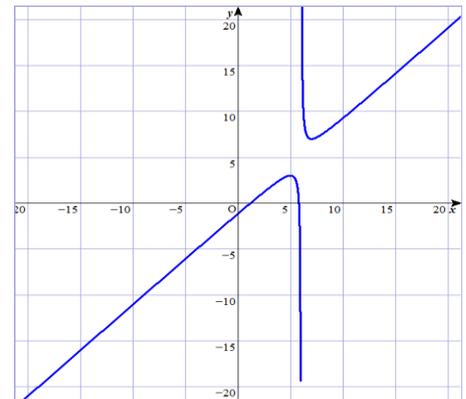
$$y' = 1 - \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 12x + 35}{(x-6)^2}$$

$$y' = 0 \text{ とすると } (x-5)(x-7) = 0$$

$$\text{よって } x = 5, x = 7$$

x		5		6		7	
y'	+	0	-	/	-	0	+
y	↗	3	↘	/	↘	7	↗



（図1）

【分数関数②】～簡単に極値を求める公式を調べる～

関数 $y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$ を分子の関数 $f(x)$ と、

分母の関数 $g(x)$ に分けて考える。

$$f(x) = x^2 - 7x + 7 \quad (\text{図2}) \quad g(x) = x - 6 \quad (\text{図3})$$

とする。

ここで $f(x)$, $g(x)$ の $x=5$, $x=7$ における接線の傾きに何か関係があるのではないかと考えた。

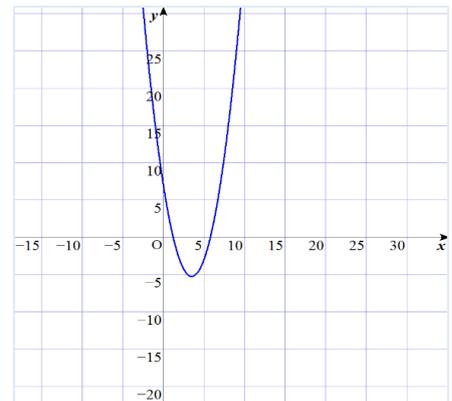
$$f'(x) = 2x - 7, \quad g'(x) = 1 \text{ より}$$

$$x=5 \text{ のとき、 } \frac{f'(5)}{g'(5)} = 3, \quad x=7 \text{ のとき } \frac{f'(7)}{g'(7)} = 7 \text{ となる。}$$

この値は【分数関数①】で求めた極大値、極小値の値と一致した。

よって、次の仮説がたてられる。

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$



（図2）

これは、商の微分

$$\left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2} = 0$$

より求めることができる。

【分数関数③】～極値を持つ場合について確認～

極値を持つ x を求めるために示した条件式を例として、

分数関数 $y = \frac{(1-x)^3}{1-2x}$ で確認してみる。

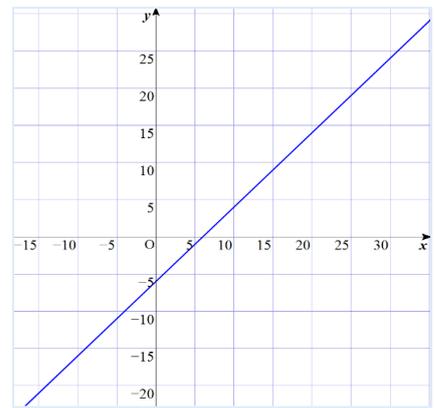
$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{より} \quad \frac{(1-x)^3}{1-2x} = \frac{3(1-x)^2}{-2}$$

$$\text{よって、} \quad x = \frac{1}{4}, 1, \quad x \neq \frac{1}{2}$$

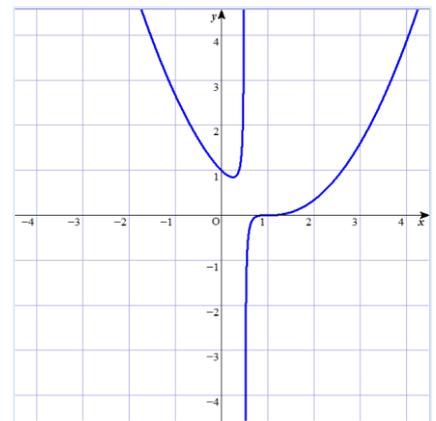
したがって $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$ により、 x について簡単に

極大、極小を求めることができることがわかる。

$y = \frac{(1-x)^3}{1-2x}$ のグラフは、(図4) のようになる。



(図3)



(図4)

【分数関数④】～単調増加する場合について確認～

ここで、極値を持たない分数関数についても調査する。

例えば $y = x - \frac{1}{x}$ は $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0$ のため、 $x = 0$ 以外で単調増加する。これを【分数関数③】の場合と同様の手順で確かめる。

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{より、式を満たす } x \text{ は } \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{2x}{1} \quad \text{よって } x^2 = -1 \text{ となる。}$$

この式を満たす実数 x が存在しないため、極値を持たないことが分かる。

【分数関数⑤】～単調減少する場合について確認～

単調増加と同様に、単調減少する関数について考える。

$$y = -x + \frac{1}{x} \quad \text{は} \quad y' = -1 - \frac{1}{x^2} < 0 \quad \text{のため、} \quad x = 0 \quad \text{以外で単調減少する。この場合、} \quad \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{よ}$$

$$\text{り、式を満たす } x \text{ は } \frac{-x^2 + 1}{x} = \frac{-2x}{1} \quad \text{よって } x^2 = -1 \text{ となる。}$$

これを満たす実数 x が存在しないため、極値を持たないことが分かる。

(2) 積の関数

分数関数において立てられた仮説をもとに、積の微分でも同様に式変形すると、積の微分

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \text{ より } \frac{f(x)}{g(x)} = -\frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ が成り立つと推測される。}$$

例として $y = e^x \sin x \cdots \textcircled{1}$ (図5) で確認してみる。

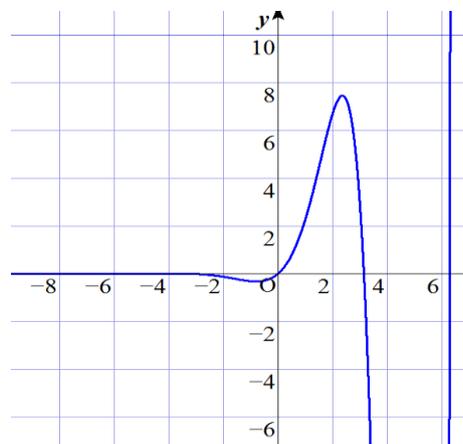
①式の極値 x を求めるとき、仮説で得られた式を利用すると

$$\frac{f(x)}{g(x)} = -\frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ より } \frac{e^x}{\sin x} = -\frac{e^x}{\cos x}$$

$$\text{よって } \sin x + \cos x = 0 \quad \text{すなわち } \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\text{この式を満たす } x \text{ の値は } x = -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

この値はそのまま関数を微分して求めた時の x の値と等しい。



(図5)

(3) 合成関数

今までの研究から、以下のことも考えることができる。

合成関数の微分

$\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ より $\{f(g(x))\}' = 0$ のとき $f'(g(x)) = 0$ または $g'(x) = 0$ が成り立つと推測した。

$$y = \log \frac{x^2 + 1}{x} \cdots \textcircled{2} \text{ (図6) で確認してみる。}$$

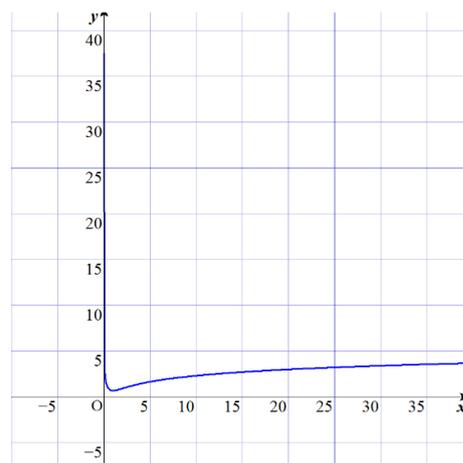
式の極値 x ($x > 0$) を求めるとき、仮説で出た式を利用すると、 $f'(g(x)) = 0$ または $g'(x) = 0$ より

$$\frac{x}{x^2 + 1} = 0 \quad \text{または} \quad 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$\text{よって } x > 0 \text{ より これを満たす } x \text{ の値は } x = 1$$

この値はそのまま関数を微分して求めた時の x の値と等しい。

$$y = \log \frac{x^2 + 1}{x} \text{ のグラフは、(図6) のようになる。}$$



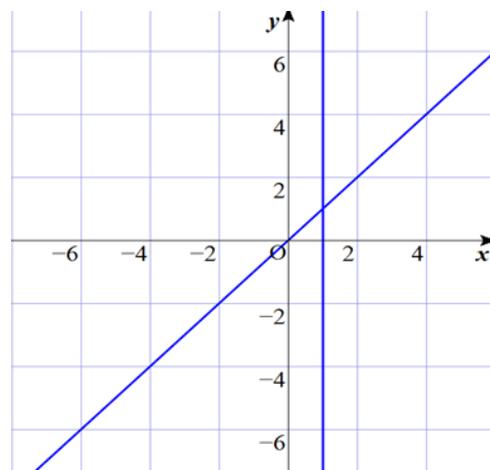
(図6)

II (1) 漸近曲線 の概念

一般的に漸近線とは十分遠くで曲線との距離が限りなく0に近づき、求める曲線と一致しない直線とされている。

$$\begin{aligned} \text{例えば、} y &= \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \\ &= x + \frac{1}{x - 1} \end{aligned}$$

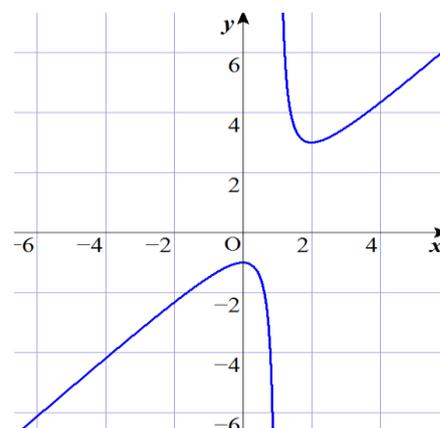
この方程式の漸近線は $y = x$ 、 $x = 1$ (図7) である。



(図7)

それによってグラフは (図 8) のようになると予測できる。
 これより私たちは十分遠くで曲線との距離が 0 に近づき、
 求める曲線と一致しない全ての方程式を漸近曲線と考えて
 直線でない漸近線からもグラフの概形を求めるために
 役立つのではないかと考えた。

ここで次の【漸近曲線①】、【漸近曲線②】、【漸近曲線③】の
 3つの漸近曲線をもつ関数について検証してみた。

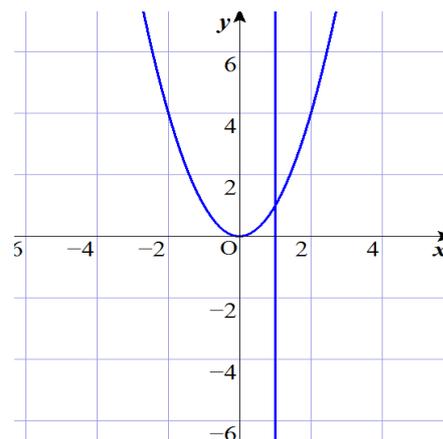


(図 8)

【漸近曲線①】～二次関数と直線の漸近線をもつとき～

$$y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x - 1} = x^2 + \frac{1}{x - 1} \text{ のとき}$$

この方程式の漸近線は $y = x^2$, $x = 1$ (図 9) である。
 ここで求める方程式のグラフはこれに沿った曲線となる
 と予測でき、実際にソフトで求めたグラフ (図 10) と等しい。

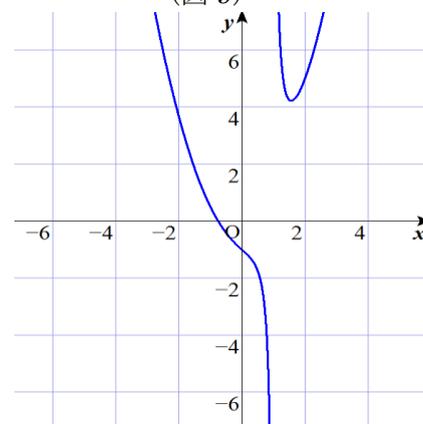


(図 9)

【漸近曲線②】～極値をもたない三次関数と直線の漸近線をもつとき～

$$y = \frac{x^4 - x^3 + 1}{x - 1} = x^3 + \frac{1}{x - 1} \text{ のとき}$$

この方程式の漸近線は $y = x^3$, $x = 1$ (図 11) である。
 ここで求める方程式のグラフはこれに沿った曲線となる
 と予測でき、実際にソフトで求めたグラフ (図 12) とほぼ同じになる。

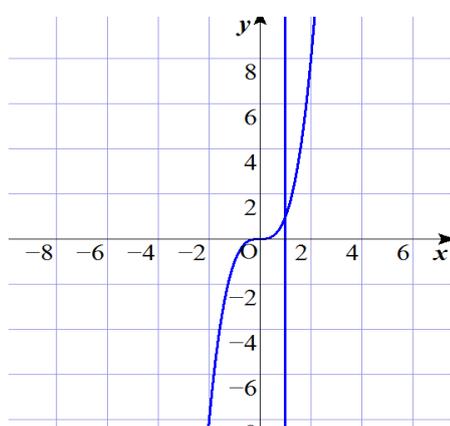


(図 10)

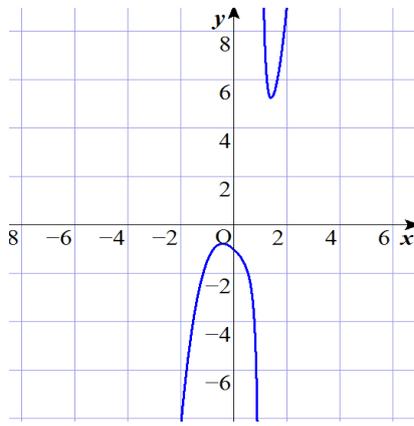
【漸近曲線③】極値をもつ 3 次関数と直線の漸近線をもつとき

$$y = \frac{x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x + 1}{x + 2} = x^3 - 5x^2 + 6x + \frac{1}{x + 2} \text{ のとき、}$$

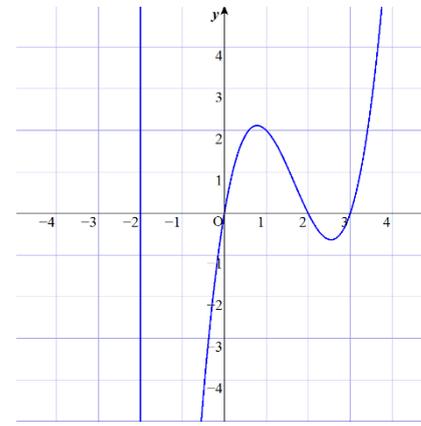
この方程式の漸近線は $y = x^3 - 5x^2 + 6x$, $x = -2$ (図 13) である。
 ここで求める方程式のグラフはこれに沿った曲線となる
 と予測でき、実際にソフトで求めたグラフ (図 14) とほぼ同じになる。



(図 11)



(図 12)



(図 13)

(2) 掛け算のグラフ

例えば積の関数 $y = f(x)g(x)$ について $f(x) = x$ 、

$$g(x) = \sin x \quad (\text{図 15})$$

この時 $y = f(x)$ の x 軸との交点は $x = 0$

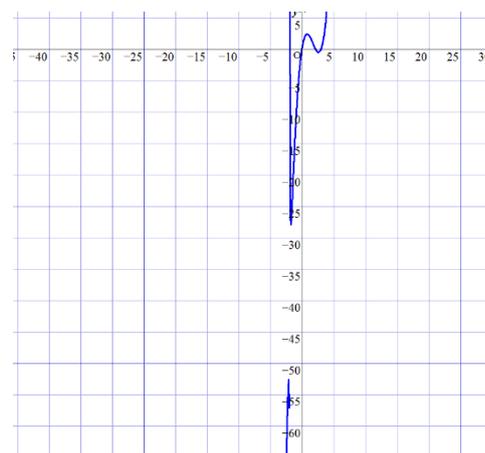
また、 $y = g(x)$ の x 軸との交点は $x = \dots -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi \dots$

$-1 \leq \sin x \leq 1$ であるので極大値、極小値は $y = f(x)$ と

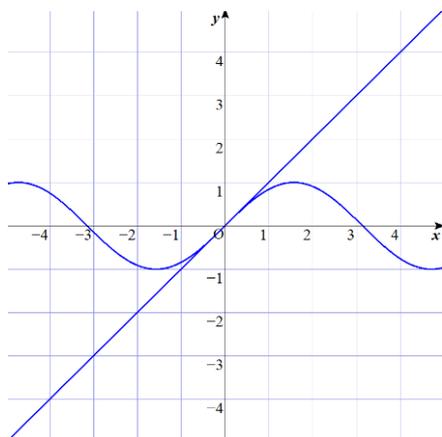
絶対値が等しい。よって $y = f(x)g(x)$ のグラフはこれらの

点をとる曲線となると予測でき、実際にソフトで求めたグラフ

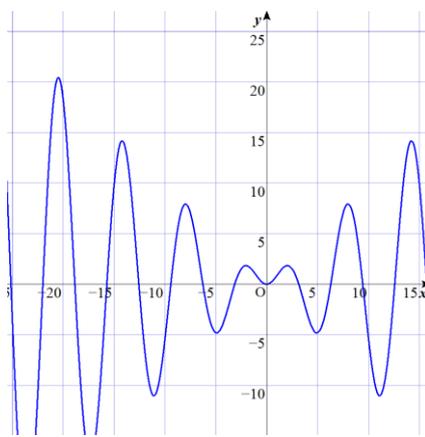
(図 16) とほぼ同じになる。



(図 14)



(図 15)



(図 16)

4. まとめ

《分数関数、積の関数、合成関数の極値に関して》

分数関数、積の関数、合成関数について、極値を求める際の複雑な微分計算を行わずに、極値における x の値を求める公式を得ることができた。しかし、関数によっては通常微分計算をした方が極値における x の値を早く求められる関数もあるが、検算には有効だと考えられる。

《漸近曲線概念に関して》

漸近曲線概念よりグラフを簡単に求めることができ、目的が達成されたと言える。

ただし、この方法に対する一般化やこの方法が使えない場合についての検証がされていないので、今後の課題として研究していきたい。

《掛け算のグラフに関して》

掛け算のグラフについてもグラフを簡単に求めることができたが、これについては応用範囲が広く、よく検証しきれていないので今後の課題としてさらに研究を進めていきたい。

5. 参考文献

数研出版 高等学校 数学Ⅲ

東京出版 大学への数学 「一対一対応の演習」 数学Ⅲ 微積分編

数研出版 4STEP 数学Ⅲ

高校数学を深めよう！

～日々の授業を応用させて～

研究者：鈴木詩唯 西澤 隆 小泉 慧 佐藤陸玖 伊藤佑太

指導教諭：勝山忠仁

A. シグマ公式について

1. 研究の概要および目的

数列について研究していく中で教科書のシグマの展開公式を目にしたとき、すべてのべき乗に対応した公式がないことに疑問を抱いた。ここでシグマの展開公式の計算結果の法則性・関係性を考察することによって、公式を自分たちの手で作り出すことができるのではないかと感じたため、この研究を始めた。なお、「1乗～10乗」の各々に焦点を当てて研究を進めた。

私たちはまずシグマの展開公式をなるべく多く調べ、「すべての項に分けたとき」や「すべての項を通分したとき」に分けて主に係数の規則性を探した。ここでは、シグマの展開公式を「すべての項に分けたとき」に絞った研究の結果を報告する。

2. 研究内容・研究方法

(1) 言葉・文字の定義

- ・シグマの展開公式のこと、すなわち、各べき乗の数列の和の公式（例： $\{1+2+3+\dots+n\}$ や $\{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2\}$ や $\{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3\}$ などの公式）を「シグマ公式」と呼ぶことにする。
- ・ Σk^\blacklozenge の \blacklozenge （四角）にあたる部分を $\{a\}$ とする。
- ・ Σk^a の計算結果（例： $a=1$ のとき、 $\blacktriangle n^2+\blacksquare n$ など）を n の次数が高い順に並べてそれぞれの項を左から順に、「第1項、第2項、第3項、…、第 b 項」とする。
- ・シグマ公式を展開したとき、 n の係数となる数字を「係数」と呼ぶ。

(2) 基本となる法則性

- ・項数は、ガウス記号 $[]$ を用いて、 $\left[\frac{a}{2}\right]+2$ と表される。

※実数 x を超えない最大の整数を $[x]$ と表す。（例： $[7]=7$, $[1.5]=1$, $[-1.5]=-2$ ）

- ・初めの3項は全て+（プラス）、以降は $-,+,-,+,-,\dots$ と続いていく。→ I
- ・シグマ公式を展開したとき、定数項は現れない。
- ・シグマ公式を展開したとき、係数の和は1になる。
- ・それぞれの項の n の次数の現れ方は、 n の a 乗とその偶・奇と反対の次数が $(a+1)$ 乗から最小の自然数乗まで現れる。（例； $a=8$ のとき、 $9,8,7,5,3,1$ 、が次数として現れる）→ II

(3) 考え方

それぞれの項の係数を分母と分子に分けて考える。

また、「第1項～第3項」の範囲と、「第4項～」の範囲に分けて考える。これは、<(2) 基本となる法則性>の I・IIにある通り「第1項～第3項」と「第4項～」に関しては、符号や次数の現れ方が異なっていたためである。

3. 実験結果・考察

(1) 「第1項～第3項」について

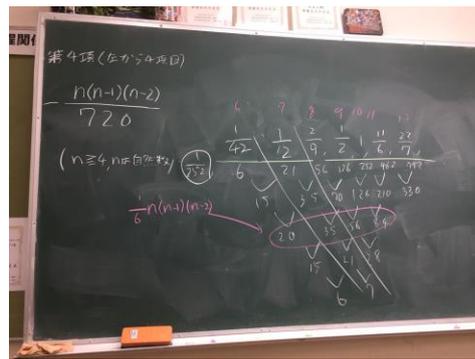
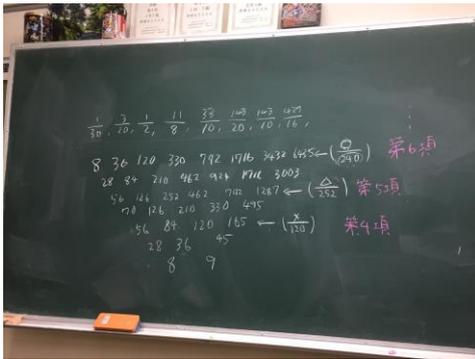
「第1項」は、 $\frac{1}{a+1}$ で表される。

「第2項」は、すべて $\frac{1}{2}$ である。

「第3項」は、 $\frac{a}{12}$ と表される。

(2) 「第4項～」について (すべての項は0より大きいとする)

シグマ公式の第4項以降の法則性を見つける手がかりとして、試行錯誤を行った。例えば、それぞれのべき乗に対するシグマ公式の展開結果を通分して表したり、出てくる数字を偶数や奇数などの場合によって分けて考えてみたりした。



<図1> 考察の様子

その結果、それぞれの項を分割しそれぞれのべき乗に対する係数を a が小さい順に並べた結果、分子と分母に分けて数学の考えを用いて考えるとうまく考えることができた。

i. 分子について

$$\sum_{k=1}^n k^5 = \frac{1}{6}n^6 + \frac{1}{2}n^5 + \frac{5}{12}n^4 - \frac{1}{12}n^2 \quad \sum_{k=1}^n k^6 = \frac{1}{7}n^7 + \frac{1}{2}n^6 + \frac{1}{2}n^5 - \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{42}n$$

第4項に注目するとき、

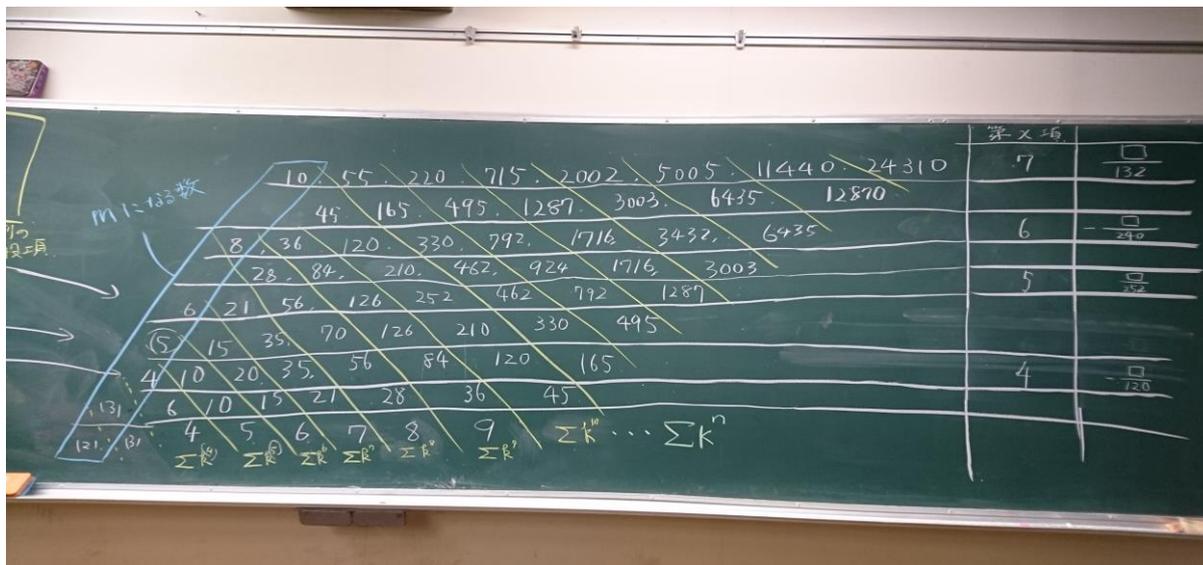
① $\frac{1}{12} \frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12} \frac{2}{12}$ ③ 1 2

<図2> 処理の仕方

この<図2>を用いて説明することにする。

- ① まず、各 a 乗に対するシグマ公式を展開し、 n の次数が大きい順に項を並べた時に同じ項数目となる項の係数を、その項に対する a が小さい順に並べる。
- ② 次に、並べたそれらを通分する。
- ③ 通分した分数の分子をなんらかの数列として見る。

この手順を踏むと、以下のように表を書くことができた。(②の作業後の各 a におけるシグマ公式の展開結果の分子の数列を数え上げたとき、第4項、第5項、第6項、第7項、…、第 x 項、とする)



＜図2＞ 数列の表

これは、第 x 項に対する②の数字の羅列を表に表したものである。

また、第 x 項に対する数列同士の関係性が分からなかったので、第 x 項の数列の下にその階差数列を下に書いた。すると、その数列の階差数列が第 $(x-1)$ 項の数列になった。つまりこの操作を繰り返していくと、各シグマ公式の展開結果の n の係数の分子を予想できるのである。

加えて、今度は③の数列（上の写真における横の数列）を一般化できないか考察することにした。 $x=4$ のときの一般項、そしてそのうえの階差数列の一般項を出してみると以下ようになった。

$x=4$ の一般項

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$x=4$ の上の数列の一般項

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

すると $x=4$ の一般項に $\frac{n-3}{4}$ を掛けると、 $x=4$ の上の階差数列が現れるようになっていた。さらにそれ

に $\frac{n-4}{5}$ を掛けると一つ上の階差数列、つまり $x=5$ の数列の一般項の条件を満たしていた。

したがって、分母・分子の数式を表し公式にまとめたのが、以下の数式である。

＜③の数列の一般項を一般化した数式＞ ※ただし、 $m=2b-4$ (b :第 b 項を表す、また $b \geq 4$)

$$\frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-m+2)}{(m-1)!}$$

※なお、この数式の証明には至っていない。

ii. 分母について

i. と同じように①②の行程を行う。

第4項、第5項、第6項、第7項、第8項、第9項、第10項それぞれについて分母は、 -120 、 252 、 -240 、 132 、 $-32760/691$ 、 12 、 $-8160/3617$ 、と算出されたが、規則性については考察できなかった。

4. まとめ

以上の話をまとめると、 k の a 乗のシグマ公式の展開したものの第 b 項は、

$$\frac{1}{d} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+2)}{(m-1)!}$$

とあらわされる。 $\{d\}$ に関しては、右表の対応する数字を代入すればよい。

今後の研究として、この数式の証明をしていきたいと思う。

b	分母
4	-120
5	252
6	-240
7	132
8	$\frac{32760}{691}$
9	12
10	$\frac{8160}{3617}$

5. 参考文献

- ・「語呂合わせ 4 乗和～11 乗和の公式」 <http://blog.livedoor.jp/ddrerizayoi/archives/25371984.html>
- ・「Expression Simplification」 <https://ja.numberempire.com/simplifyexpression.php>

B. コラッツ問題について

1. 研究の概要および目的

未解決問題であるコラッツ予想は、数多くの先行研究でも完全には証明されていないため、私たちはコラッツ予想の言い換えを考えて、それを証明することによってコラッツ予想の証明に挑む。

2. 研究内容・研究方法

- ①コラッツ予想の言い換えを考案する。
- ②言い換えの証明に挑戦する。

3. 実験結果・考察

コラッツ問題及び、コラッツ予想解決についての考察

コラッツ問題とは

- ・ n が偶数の場合、 n を 2 で割る
- ・ n が奇数の場合、 n に 3 をかけて 1 を足す

という操作を繰り返すとどうなるか、というものである。(Wikipedia より引用)

そしてコラッツ予想とはこのコラッツ問題に関して

「どんな初期値から始めても、有限回の操作のうちに必ず 1 に到達する(そして $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ というようなループに入る)」という主張が、コラッツ予想である。(Wikipedia より引用)

一つ例を挙げるとすると

初期値 n を $n=3$ としたとき、

$3 \rightarrow (3 \times 3 + 1 =) 10 \rightarrow (10 \div 2 =) 5 \rightarrow (5 \times 3 + 1 =) 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 (\rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots \text{繰り返し})$

私たちはこの 3、10、5、16、8、4、2、1 というような、コラッツ問題の操作を繰り返し行った時に得られる数字の並び方を仮に「コラッツ数列」と呼ぶことにした。表記法は通常の数列と同じようにして、この例の場合だったら初期値 $n = C_1 = 3$ として表記し、 k 番目に現れる数字を C_k と表記する。

先行研究などから、このコラッツ予想の反例は大きく分けてこの 2 つしか存在しない

- ・ 初期値 n のコラッツ数列が無限に発散する場合

〈例〉 $C_1 = n \rightarrow C_2 = m \rightarrow \dots \rightarrow C_k = z$ (z は無限に近い大きい数)

- ・ $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots$ 以外のループが存在する場合

〈例〉 $C_1 = n \rightarrow C_2 = m \rightarrow \dots \rightarrow C_5 = p \rightarrow C_6 = n \rightarrow C_7 = m \rightarrow \dots \rightarrow C_{10} = p \rightarrow \dots$ (1 が現れない)

そのため、仮にコラッツ予想の反例がこの 2 つだけであると仮定すると、コラッツ予想を証明するためにはこの 2 つの反例が存在しないことを証明すればよい。

ただし、それぞれを 1 つずつ証明するためには有効な証明方法が思いつかず、また先行研究でも数多くの数学者たちが失敗しているため、私たちは「コラッツ予想の言い換え」にチャレンジして、できれば証明自体にも挑戦したいと考えた。

そして私たちはこのような言い換え案を考案した。

【ある任意の自然数 $N (N \neq 1)$ をコラッツ数列 C_k の初項、 C_1 としたときに、この $C_1 = N$ のコラッツ数列がどんな N をとってきても、コラッツ数列 C_k の中で $M < N$ となる M が必ず現れることが証明できれば、コラッツ予想が証明できたことになる】

※仮にこの言い換え案【】内の命題を「C予想」と呼ぶことにする。

以下より C 予想を確認していく。

まず、「ある任意の自然数 $N (N \neq 1)$ をコラッツ数列 C_k の初項、 C_1 としたときに、この $C_1 = N$ のコラッツ数列がどんな N をとってきても、コラッツ数列 C_k の中で $M < N$ となる M が必ず現れる」とはどういうことか

例えば具体的な数字、 $C_1 = N = 11$ のとき、「ある任意の自然数 $1 < M < 11$ をコラッツ数列 C_k の初項、 C_1 としたときにこの $C_1 = 11$ のコラッツ数列はコラッツ数列 C_k の中で“ $M = 10$ 以下の数” < 11 となる M が必ず現れる」と言うことができる。(次より、この“10 以下の数字”を“ M ”と呼ぶことにする)。

ここで大切なことは、この“ M ”の後に続くコラッツ数列のことである。11 から“ M ”まで続いてきたコラッツ数列は、この“ M ”より後の数列の並び方が、当然のことながら $C_1 = "M"$ としたときのコラッツ数列の並び方と同じになる。説明が少し複雑になってきたため一度整理するとこのようになる。

$C_1=11$ とする

$11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow \dots$ {“10以下の数字”=“M” $\rightarrow \dots$ }

このように途中から $C_1=“M”$ のコラッツ数列と同じ並び方になるということである。

そしてさらに、 $C_1=“M”$ のコラッツ数列の中には、この“M”よりさらに値が小さい数字が出てくることになる。続いてこの数字を C_1 とすると、またコラッツ数列の中にさらに値が小さい数字が... というような繰り返しになる。

終わり方はどうなるのか？という、コラッツ問題の中では正の整数しか扱っておらず、また、コラッツ数列の中に0は出てこない(証明はほとんど自明であるため省略)。よって“1”で終わることになる ($C_1 \neq 1$)。今は $C_1=11$ の時として考えていたが、 C_1 を任意の自然数としてもこの終わり方は変わらない。つまり、「ある任意の自然数 $N(N \neq 1)$ をコラッツ数列 C_k の初項、 C_1 としたときに、この $C_1=N$ のコラッツ数列がどんな N をとってきても、コラッツ数列 C_k の中で $M < N$ となる M が必ず現れる」というのは、最終的にはコラッツ数列が1となることを意味しているのである。

この時、「ある任意の自然数 $N(N \neq 1)$ をコラッツ数列 C_k の初項、 C_1 としたときに、この $C_1=N$ のコラッツ数列がどんな N をとってきても、コラッツ数列 C_k の中で $M < N$ となる M が必ず現れる」ということは、 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 以外のループが存在しないということにもなる(証明は以下に記述)。よってC予想が正しいければ2つ目の反例も解決できる。

以上のことから、コラッツ予想の言い換えとしてC予想は正しいと言える。

このC予想の利点をいくつかあげてみると、

- ・コラッツ数列の初項 C_1 が偶数の時、 C_2 は必ず C_1 より絶対値が小さくなるため、C予想では C_1 が奇数の場合のみを考えればよい点
- ・元のコラッツ予想に比べて、何をどのように証明すればよいか明白であるため証明がしやすい点
- ・考えられた2つの反例のうちの、「 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots$ 以外のループが存在する場合」を考慮しなくてもよい点

証明は以下の通りである。

【C予想が正しいとき、 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 以外のループが存在しないことの証明】

C予想が正しいとき、仮に $C_1=N$ のコラッツ数列の中で $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots$ 以外のループが存在すると仮定する。

このループ “ $A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ ” の中で一番小さい数を P と設定する ($P \neq 1, 4, 2$)

C予想によれば、コラッツ数列はどんな $C_1=N$ をとってきても、コラッツ数列 C_k の中で $M < N$ となる M が必ず現れる、ということになっている。これは “ $A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ ” の中の P は $P \neq 1$ なので、 $Q < P$ となる Q が “ $A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ ” の中に出てくるはずである。しかし、このループの中で最小の数は P と設定しているのでこれは矛盾である。よって仮定は間違いであり、C予想が正しいとき、 $C_1=N$ のコラッツ数列の中で $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots$ 以外のループは存在しない。(証明終了)

それではいよいよこのC予想の証明に挑戦してゆく。

上のC予想の利点で紹介したように $C_1 = \text{奇数}$ の場合のみだけを考えればよい。そこで1以外のすべての奇数を、

①4で割って1余る自然数

②4で割って3余る自然数

この2つに分類する。

① についてのC予想の証明

4で割って1余る自然数 $N(N \neq 1)$ は、 $N = 4k + 1 (k = \text{自然数})$ と表せられる。この N を C_1 とすると $C_2 = 3N + 1$ となる。つまり $C_2 = 3 \times (4k + 1) + 1 = 4(3k + 1)$ となる。

C_2 の共通因数としてあらわれた「4」は $4(3k + 1)$ が2で二回「連続」で割れることを意味する。よって $C_3 = 2(3k + 1)$ で、 $C_4 = (3k + 1)$ となる。

ここで C_1 と C_4 、つまり N と C_4 の数としての大きさを比較すると、

$N = 4k + 1$ 、 $C_4 = 3k + 1 (k \text{ は自然数})$

より、 $C_4 < N$ が成り立つ。よって、4割って1余る自然数 N は必ず C_4 で N より小さい数となる。

試しに C_1 を、4割って1余る自然数である、「5」と設定すると、($C_1 = 5$)

$C_1 = 5$

$C_2 = 16$

$C_3 = 8$

$C_4 = 4$ となり、 C_4 で初めて「5」より小さい「4」が導き出された。

続いて、4で割って3余る自然数 N の場合を考える。

この4で割って3余る初期値 N のコラッツ数列のなかで必ず $M < N$ となる M があらわれることが示せれば、コラッツ予想は完全に証明されたことになるが、場合分けなどが複雑で、私たちの研究時間では証明しきることができなかった。

4. まとめ

C予想を用いることで、コラッツ予想の解決まであと一步のところまでたどり着くことができた。このC予想はコラッツ予想の2つ反例を1つにまとめられることができるだけでも、大きな意義があると考えられた。

5. 参考文献

file:///C:/Users/Kiyono%20Nishizawa/AppData/Local/Microsoft/Windows/INetCache/IE/KCAPJTWI/vol16_25.pdf

サボニウス型風車による風力発電

～風速と発電量の変化について～

研究者：石川雅和 内田涼太 曾根健太 戸井田一聖 若林亮治

指導教官：倉田亮輔

1. 研究概要および目的

エネルギー問題が深刻化している近年、二酸化炭素等を排出しない風力発電や水力発電に注目が集まっている。その中で低風速でも回転し、環境負荷が小さいとされるサボニウス型風車による発電に注目し、学校や家の周りで吹く風のエネルギーを利用できないかと考え、研究を始めた。

2. 研究内容・研究方法

(1) サボニウス風車とは

垂直軸風車の中の一つで半円筒の羽を2枚組み合わせた形状をしている。

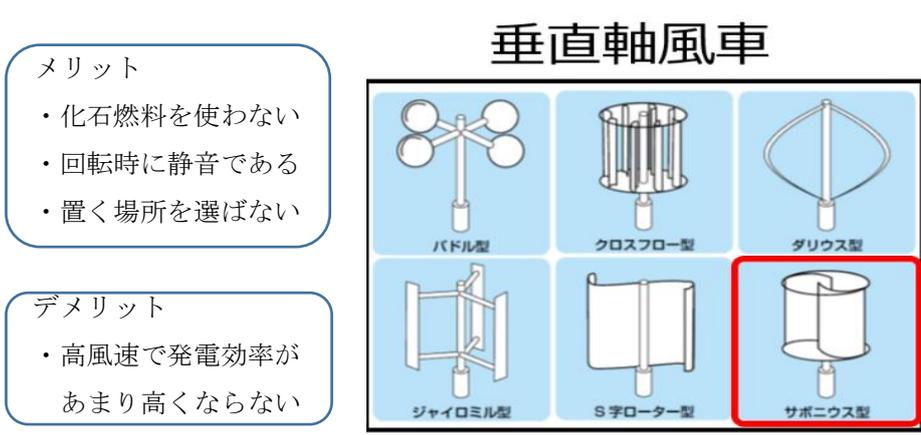


図1 風車の種類

プロペラ型風車に比べて、高風速での発電量は劣るが、静音性や風向によって発電量があまり変わらない等の利点から、住宅地等での活用が見込まれている。

(2) 今後の実験で扱う羽の規格

サボニウス型風車の羽の形状は、図2のように表記される。

オーバーラップ比は半円筒形の部分の重なりの度合いを表し、重なった部分の長さを直径で割ることで得られる。アスペクト比は半円筒形の直径と高さの比であり、高さを直径で割ることで得られる。ギャップは半円筒形の隙間の長さを示し、通常は隙間がない（ギャップが0）の状態である。

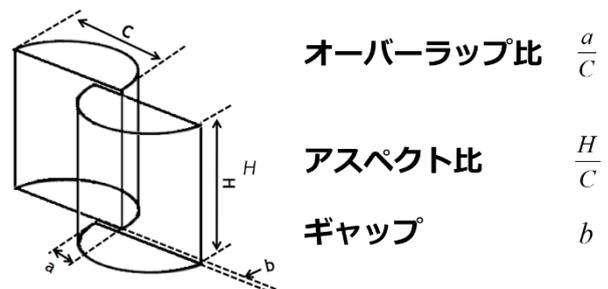


図2 風車の形状

(3) 研究内容と研究方法

先行研究では、0.2mm厚のアルミ板で風車の羽を作り、小型LEDライトを点灯させていた。しかし、風速1.0m/s以下の微風では、ほとんど風車が回転せず発電ができていなかった。また、自然風による発電量の測定がされていなかった。そこで先行研究の結果を踏まえ、以下のように実験①～④を行った。

・実験① 風洞の性能評価

まず風車の発電量を測定するための風洞を作製した。風洞の片側から大型扇風機で風を送り、反対側で風速を測定した。風速は格子で区切られたそれぞれの区画ごとに測定し、両側に格子を入れたときの整流効果を調べた。

・実験② サボニウス型風車による発電量の測定

風洞の中間地点に作製したサボニウス型風車を置き、風速を変化させた際の発電量を測定した。サボニウス型風車は、先行研究で報告があったものとオーバーラップ比・アスペクト比を合わせて作製した。(オーバーラップ比:0.30、アスペクト比:4.0)羽は5mm厚のポリカーボネートで作製した。発電器は線径0.2mmの銅線を1000回巻いたコイルと直径13mmのネオジム磁石2個により作製した。風速は0.5~3.0m/sの間で0.5m/sごとに变化させ、テスターによって風速ごとに電流と電圧を測定した。

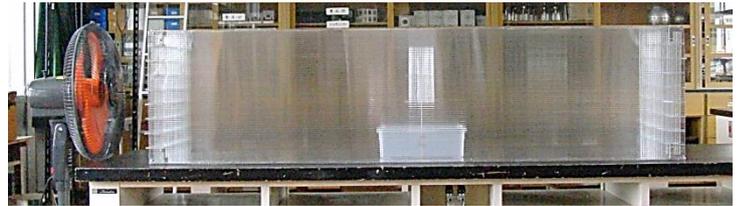


図3 風洞による測定の様子

・実験③ 羽の形状を変化させた際の発電量変化

実験②の結果を受けて、オーバーラップ比やアスペクト比を変化させたサボニウス型風車を作製し、実験②と同じ条件で発電量を測定した。実験③では、実験②で用いた風車に加えて、2種類の羽を作製した。実験②のものをa、新規に作製した風車をb,cとし、詳細を表1に示す。

表1 作製した風車の形状

風車	オーバーラップ比 C/a	アスペクト比 H/C	ギャップ b
a	0.43	3.1	0
b	0.25	3.3	0
c	0.43	4.6	0

・実験④ アルミニウム素材の風車の発電量

実験③の結果、cの風車の発電量が最も高くなった。しかし、先行研究のものと比較すると、大きく発電量が下回ってしまった。この原因は羽の質量にあると考え、風車の羽の素材をアルミニウム板に変え測定を行った。風車は全高30cm、0.2mm厚のアルミニウム板を使用して作製した。先行研究のものと材質は同じだが、高さが大きくなったため受風面積が大きくなり、より大きな発電量が得られると仮説を立て実験を行った。

また、この実験④で使用したサボニウス型風車の性能を調べるために屋代高校物理室で、13時00分~13時30分の間で羽が回り始めた時を起点として1分間の発電量の測定を行った。発電量は、10秒ごとに6回測定し、その平均値をとった。



図4 実験④で作製した風車

3. 実験結果

<実験①>

結果は図5のようになった。風洞による整流効果については、格子なしに比べ格子ありの方が全体の風速が一樣に近づき、整流効果のあることが分かった。よって、風洞内の設置位置による発電量の変化は最小限に抑えることができると言える。

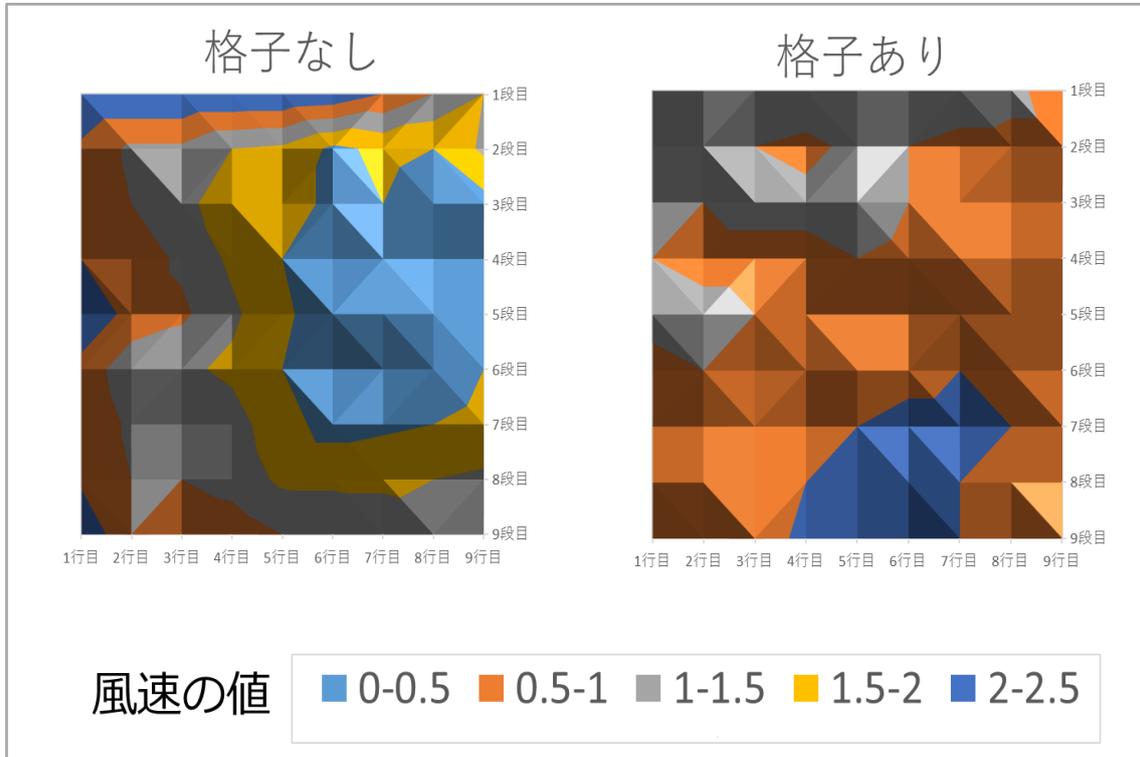


図5 風洞の格子の有無による整流作用の変化

<実験②>

結果は図6のようになった。今回、実験で使用したサボニウス型風車は、風速によっては軸がぶれてしまい、回転数が減ってしまった。風速 2m/s で少し発電量が小さくなったのは軸のぶれが原因だと考えられる。風速 3m/s で発電量の変化が大きくなったが、これは回転数が大きくなると軸のぶれが収まって回転が安定したためだと考えられる。

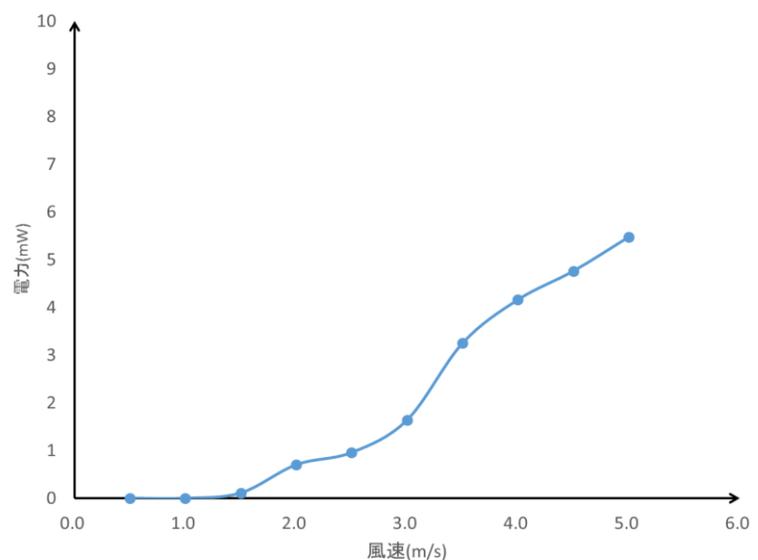


図6 風車 a の風速と電力量の変化

<実験③>

結果は図7のようになった。aに対しオーバーラップ比を変えたbは発電量が全体的に減り、アスペクト比を変えたcは発電量が全体的に増え低風速でも回転し発電できるようになりました。また、cの形状は3つの中で先行研究のデータに最も近い値であることが実験後にわかったので、現状ではcの形状が最も発電効率がいいことがわかった。しかし、先行研究と比較して発電量は大きく下回ってしまった。

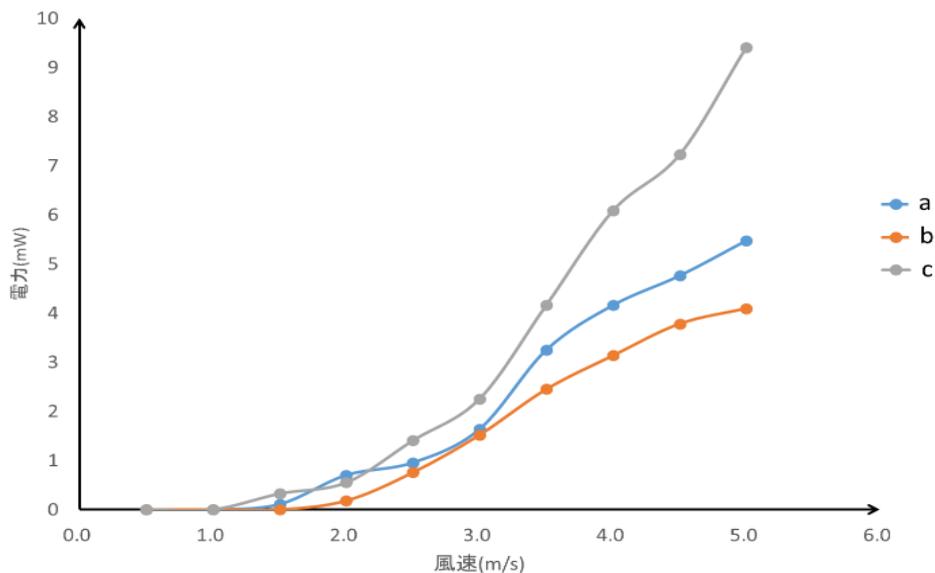


図7 3種類の風車の発電量

<実験④>

羽をアルミニウム板で作製したことにより、軽量化されたためポリカーボネートの風車に比べて発電量が約二倍になった。また、軸を固定したことにより軸のぶれによる発電量の部分的な減少がほとんどなくなった。

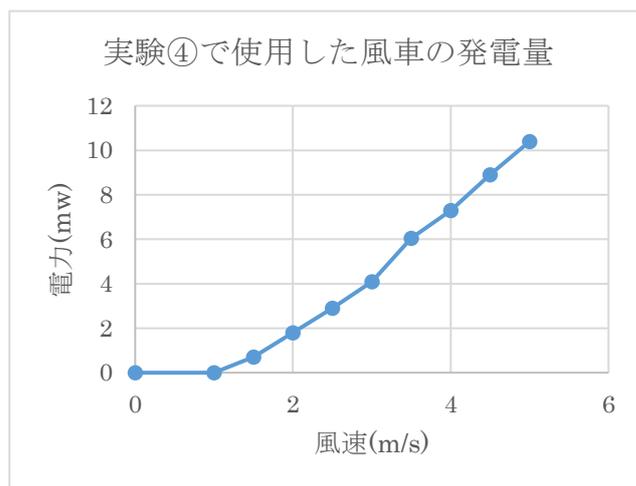


図8 実験④で作製した風車の発電量

4. 考察

風洞の両側に格子を入れることで、風を整流できることが分かった。一部の区間では格子を入れる前よりも風速が大きくなってしまったが、風車の当たる部分に関しては整流されることが分かったため、そのまま実験を行った。風速が大きくなる区間ができた原因は、扇風機の首の角度等にあると考えられる。

先行研究で報告されていた風車と素材を変えて実験を行った。先行研究では0.2mm厚のアルミ板を使用して羽を作製していたが、今回の実験では、5mm厚のポリカーボネートを用いて羽を作製した。測定を行ったところ、先行研究にあるものより、大きく発電量が下がってしまった。これは羽の質量が関係していると考えられる。

実験④で作製した風車による自然風での発電量の測定を、今後行っていきたい。

5. 参考文献

- 『自分で作るハブダイナモ風力発電』川村康文著（総合科学出版）
- 『学校教育現場での実践が可能な実用機としてのサボニウス型風車風力発電機の開発』

つむじ風の発生原因を探る

—水と空気の違いから分析—

研究者：井原智也 志田翔太 田中海里 西部あぐる

指導教諭：福島哲夫

1. 研究の概要および目的

理数科生の先輩の方々の課題研究の一つに「攪拌における渦流の発生要因 —渦流とつむじ風の発生要因の関連性について」という発表があり、研究方法がビーカーでスターラーと攪拌子を用い渦流を作りだし、水を空気に見立ててつむじ風の発生原因を探るといったものだった。

私たちは、つむじ風の発生原因の研究に液体を用いている点に疑問を持ち、実際に同じような実験装置で、水ではなく気体を用いて実験を行うことで、つむじ風の発生原因、また水と空気の対照実験により、水と空気の流体としてとらえたときの関係性、相違点を調べようと思った。

2. 研究内容・研究方法

空気の動きはそのままでは見ることができないので、細かく切った紙切れを吹き流すことで、空気の動きを観察することにした。(線香の煙も試してみたが、うまく観察できなかった。)

実験材料：プラスチックダンボール、細かく切った紙切れ、

実験器具：水槽、ブロワー、変圧器

実験方法

- ① プラスチックダンボールで「コ」の字型の壁を作る。(横 30cm、縦 15cm、高さのみ変更したものを計 10 個：10cm～30cm、2cm 刻み)
- ② 壁の中に細かく切った紙切れを入れ、上から逆さまにした水槽を被せる。
- ③ 水槽の下の隙間から、「コ」の字型の壁に向かって、ブロワーで風を送る。
- ④ ブロワーの風により飛び回る紙切れの動きを観察する。

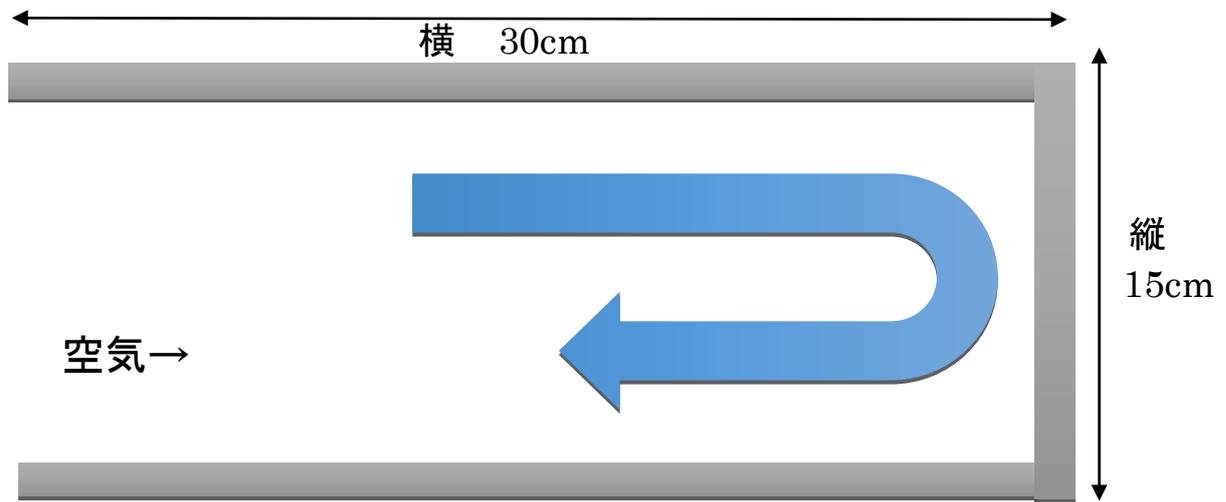
実験の様子



3. 実験結果・考察

〈実験結果及び再実験結果〉

〔1〕上記の方法で高さ 10cm から 30cm までのそれぞれの「コ」の字の壁で実験を行ったところ、どの高さのプラスチックダンボールでも、ほとんどの紙切れが一ヶ所で渦を巻かずに、U ターンして壁の外側に飛び出してしまった。よって、ブロワーが送り出した空気は渦を巻かずに戻ってきたと言える。



ブロワーの風の威力や、送り出す場所や角度などを変えてみたが、ほとんど渦を巻かなかった。

〔2〕その後、以前行った竜巻の実験から、

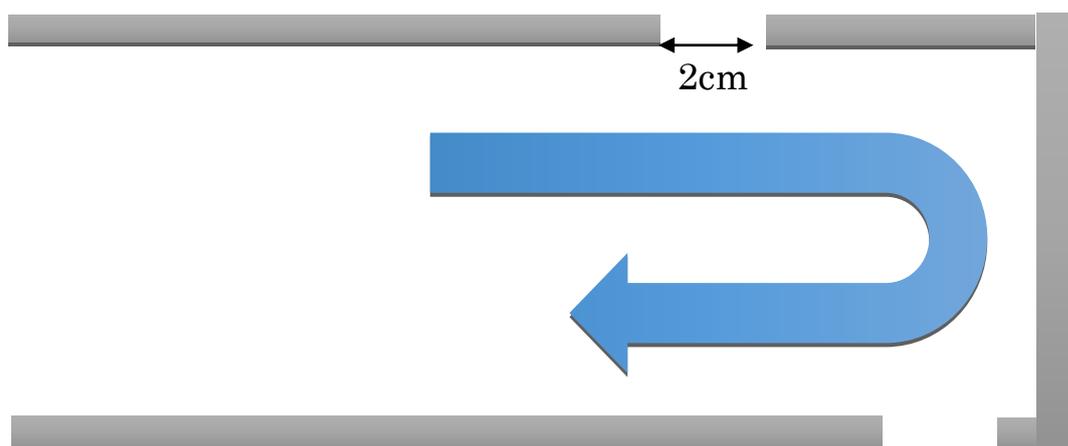
左右の壁に対角に穴を開ける必要があると
考えた。(右図参照)

穴を開けることで、「コ」の字型の壁の空間
の外側から内側に気流が発生し、渦が巻き
やすくなるのではと考えた。

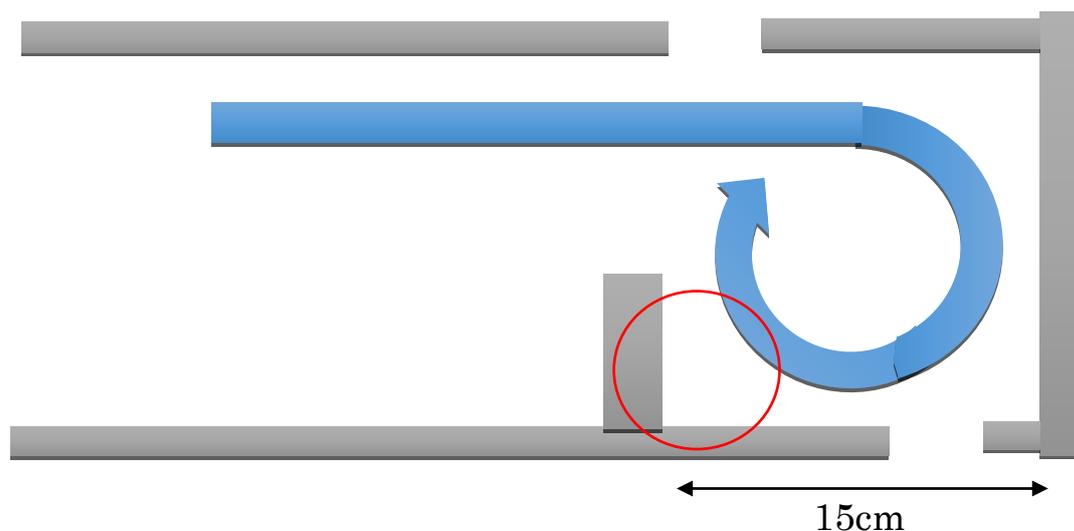


この考えをもとに、再度実験を行った結果、最初の段階で回転はしかけたが、すぐに〔1〕の時と同じような状態になってしまった。

よって、この2つの縦長の穴があるほうが回転はしやすいと言える。

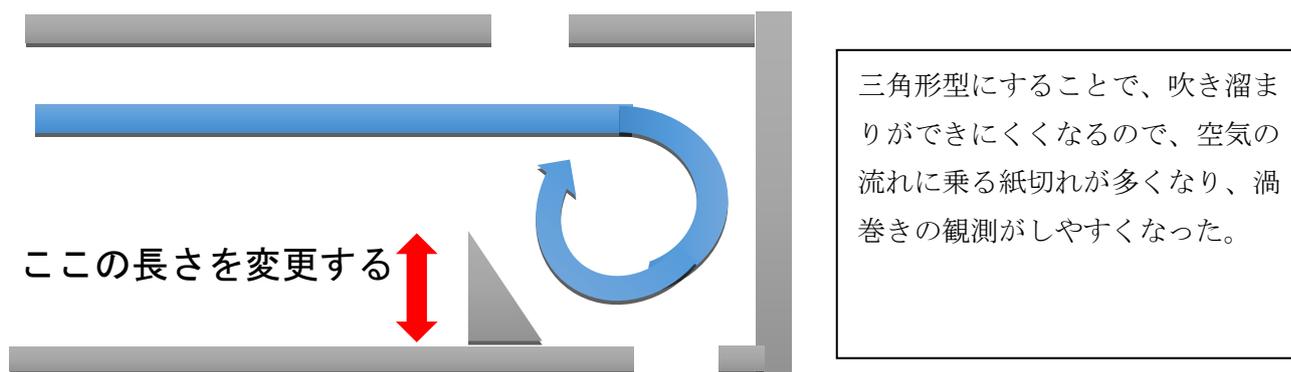


[3] ①そこで、空気がUターンして戻ってきってしまうのを防ぐために、左右の壁の片側に四角形の新たな障壁を作った。



しかし、丸で示した部分に紙切れが吹き溜まってしまっており、紙切れを用いて渦巻きを観測することはできなかった。

②新たに設置した四角形の壁を三角形型に改良し、吹き溜まりができないようにした。



直角三角形の壁を付けた「コ」の字型の壁を用いて、再度実験を行った結果、壁内で紙切れがきれいに渦を巻いている様子が観察できた。予想通り、三角形の壁が空気のUターンする動きを補正することができた。

三角形の壁の矢印の長さを変えてみたところ、三角形の壁のサイズが4cm, 6cm, 8cmの時は成功し、10cmの時は、失敗した。

〈考察〉

[2]の実験結果から、対角の穴が必要だと言えそうだが、私たちには時間がなかったため、そのことについて実験することができなかったが、対角の位置や、穴の数を変えることで、壁で囲まれた空間と渦巻きの関係性を見出すことができるのではないかと考えた。

[3]の実験結果から、Uターンする気流が消え、つむじ風の観測ができた。三角形の壁の長さを、10cmにしたときにつむじ風が観測できなかったのは、囲まれたところへ入る風の通り道が細く、勢いが衰えたからではないかと考察できる。

また、先輩方の実験では改良を施していない「コ」の字型の壁を用いて、水中で渦流を発生させることができたのに対し、空気中では、〔1〕の実験の時、改良を施していない「コ」の字型の壁を用いて渦流を発生させることができなかったのは、空気は液体である水より物質間の結びつきが弱く、力を与えたときに力が多方向に分散しやすいため、一つにまとまって動きにくくなり、回転する力ができにくくなってしまったからではと思った。

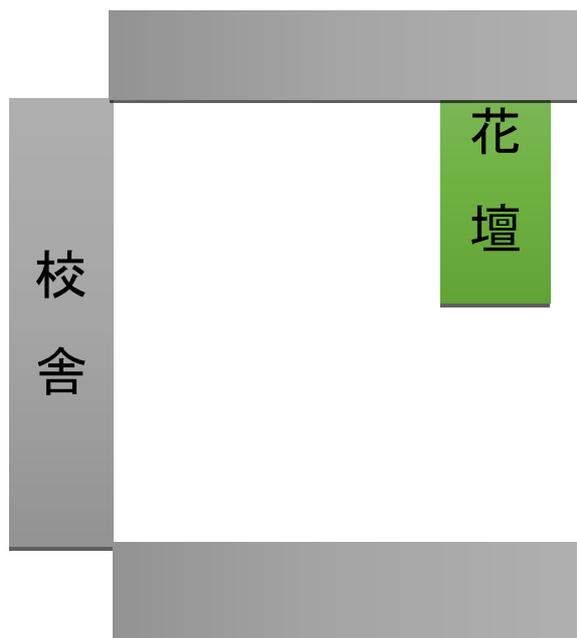
4. まとめ

私たちが行った実験と先輩方が行った実験から、つむじ風の発生には壁の存在が必要であることが考えられる。また、先輩方が発見した校内で、

つむじ風が発生する場所は、右図のような建物の

配置だったため、下側に花壇があることで、実験時と同じような壁の配置になり、下方で渦流の気流が発生してしまえば他の壁による上昇気流で渦がそのまま上昇していったのが原因ではないかと思う。また、実験では、吹き溜まりをできにくくするために三角形の壁がよいとされていたが、本来のつむじ風は、紙きれなどとは関係なく渦を巻く、すなわち、吹き溜まりはできないので、実際は三角形の壁ではなく、四角形の壁でもよいだ

ろうと考えられた。



私たちが行った研究では、壁の配置を軸につむじ風の発生要因を探ってきたが、実際にはひらけている場所でもつむじ風が見られることがある。それらのつむじ風は、もともと壁などが存在する場所で発生したものなのか、または別の理由(私たちが考察したもの以外のつむじ風の発生条件)により発生したものなのか、定かではないので、これらの要因についても研究したい。また、考察で述べたような対角に開けた空間の渦流への関係性や、三角形の壁の長さによるつむじ風の変化の関係性についても、今後調べていきたい。

アルミニウム電池の小型化

～実用的な電池の研究～

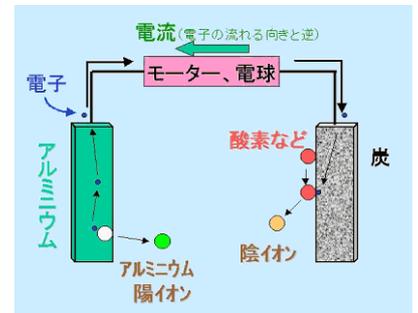
研究者：佐藤魁和 藤森智也 三浦良太

指導教諭：手塚理実

1. 研究概要および目的

私たちは学校で電池について学んだあとに、私たちの生活を支えている電池になぜアルミニウムが利用されていないのかと思った。アルミニウムは軽金属であり、三価の陽イオンであるため高い電圧を発生することが期待できる。加えてアルミニウムは三番目に埋蔵量が多い物質であるため、アルミニウム電池が開発されれば私たちの生活はもっと快適になるのではないかと考えた。よって、私たちはアルミニウム電池について研究するため、条件を変えて効率化を図り、充電できる方法を探った。

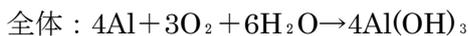
- 1) アルミニウム一次電池の効率化
 - 2) アルミニウム一次電池の小型化
 - 3) 充電可能なアルミニウム電池の作成
- 以上の3点において様々な条件で実験を行った。



2. 研究内容・研究方法

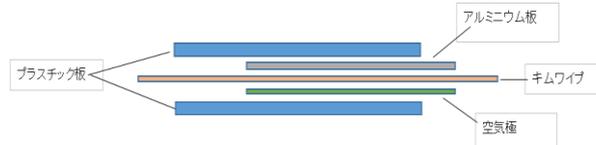
(1) アルミニウム一次電池の仕組み

負極にアルミニウム、正極に空気極（化学反応で使われる酸素を供給するためのもので、この実験では備長炭を用いた。）、溶液に水酸化ナトリウム水溶液を用いてビーカーでアルミニウム一次電池を作った。反応式は下のようになり、右上の図のような反応となる。



(2) アルミニウム一次電池の小型化

アルミニウム一次電池の小型化として、右の写真のような電池を作った。しかし、この装置での電池では備長炭を使うことは難しいため、空気極には100メッシュの金属網を使用し、より効率的な電池にするため溶媒、溶質を変えて実験した。この装置の断面図は下の通りで、キムワイプには電解質をしみこませている。



3. 実験結果・考察

以下のすべての実験において、モーターは、電圧はDC 0.4V～1.5V、電流は22～40mAのものを用いた。

<実験1> 備長炭での放電

方法：負極にアルミニウム板、正極に備長炭、電解質に水酸化ナトリウム水溶液を使用し、濃度を変えて電流・電圧を測定した。

結果と考察：次の表のような結果となり、どの濃度でもモーターは作動した。

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	1.2	1.2	1.1	0.86	0.82
電流 (mA)	20	20	20	18	18
モーターの作動	○	○	○	○	○

<実験2>ステンレス網 (100メッシュ) での放電

方法：負極をアルミニウム板、電解質に水酸化ナトリウム水溶液を使用し、正極をステンレス網にして測定した。

結果・考察：

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	0.41	0.37	0.34	0.030	0.050
電流 (mA)	17	17	17	10	11
モーターの作動	○	○	○	×	×

備長炭を使用した時より、電圧・電流が低下し、0.25mol/L以下ではモーターが作動しなかった。

これは、正極（空気極）で酸素が十分に反応していないのではないかと考え、触媒作用がある白金をメッキしたステンレス網を用いたら、反応が促進され起電力が上がるのではないかと考えた。

<実験3>白金メッキされたステンレス網 (100メッシュ) での放電

方法：負極をアルミニウム板、電解質に水酸化ナトリウム水溶液を使用し、正極を白金メッキされたステンレス網にして測定した。

結果・考察：

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	1.0	0.78	0.67	0.58	0.54
電流 (mA)	19	18	17	17	17
モーターの作動	○	○	○	○	○

白金メッキされたステンレス網のほうが電圧が高くなった。また、0.25mol/L・0.10 mol/Lでもモーターが作動した。これは白金メッキが触媒として働いているのと、メッキにより表面積が大きくなり、より多くのO₂が反応したためだと考えられる。

燃料電池の既存の研究で、ステンレス網の白金メッキよりニッケル網の白金メッキの方が性能がいいとわかっていたので、アルミニウム電池のときでの性能を比較するために以下の実験を行った。

<実験4>白金メッキされたニッケル網 (100メッシュ) での放電

方法：実験1と同様に負極をアルミニウム板、電解質に水酸化ナトリウムを使用し、正極を白金メッキされたステンレス網と白金メッキされたニッケル網にそれぞれ変えて測定した。

結果・考察：

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	0.92	0.80	0.67	0.60	0.50
電流 (mA)	18	18	18	17	17
モーターの作動	○	○	○	○	○

表の通り電圧・電流の値は<実験3>の結果とあまり変わらなかった。

以上の実験において、アルミニウム板で白い付着物があった。これは水酸化アルミニウムであると考えられる。これがアルミニウム板に付着することでアルミニウムと水酸化ナトリウム水溶液との反応の妨げになっているので、生成を防ぐため、アルミニウムイオン伝導体であるタングステン酸アルミニウムを用いることにより、水酸化アルミニウムの生成が抑制できるのではないかと考え以下の実験をした。

私たちが目指している電池の電池式は以下のとおりである。

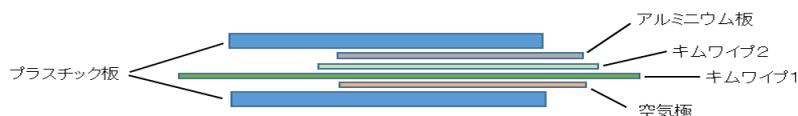


※ $\text{Al}_2(\text{WO}_4)_3$ …タングステン酸アルミニウム

air cathode…空気極

<実験5>粉状のタングステン酸アルミニウムをポリビニルアルコールに混ぜ、形状を変えての実験

方法：タングステン酸アルミニウムとポリビニルアルコールを混ぜたものをキムワイプ2に塗り、それを正極側に挟んで行った。キムワイプ1には、電解質として水酸化ナトリウム水溶液をしみこませている。また、比較のためにポリビニルアルコールのみをキムワイプ2に塗ったものの電圧・電流も測定した。



結果と考察：

ポリビニルアルコールとタングステン酸アルミニウム

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	0.64	0.60	0.27	0.090	0
電流 (mA)	16	16	16	1.0	0
モーターの作動	○	○	○	×	×

ポリビニルアルコールのみ

モル濃度 (mol/L)	2.0	1.0	0.50	0.25	0.10
電圧 (V)	0.40	0.69	0.28	0.10	0
電流 (mA)	16	17	16	5.0	0
モーターの作動	○	○	○	×	×

電圧はこの場合のほうが実験3より低くなった。しかし、アルミニウムには水酸化アルミニウムと思われる白い付着物は見られなかった。放電しきった後、モル濃度が1.0 (mol/L) のものに電圧を加えて充電を試みたが電圧が小さくなり、モーターの作動時間も短くなった。さらに、溶媒に水を用いていて、電圧をくわえたときに気体が発生したため、水が電気分解され、放電の際に電気分解で生成された水素と酸素が反応したと考えられる。よって、電圧を加えた際に再びモーターが作動したのは、燃料電池となり機能してしまっただと考えた。

電圧を加えた際の測定された数値は以下の表のようになった。

ポリビニルアルコールのみ

電圧を加えた回数回)	1	2	3
放電時間 (s)	242	199	187
電圧 (V)	1.7	1.5	1.3
電流 (mA)	20	20	20

ポリビニルアルコールとタングステン酸アルミニウム

電圧を加えた回数 (回)	1	2	3
放電時間 (s)	3 8	1 1 2	1 0 6
電圧 (V)	0. 7 2	1. 5	1. 6
電流 (mA)	2 1	2 2	2 2

また、充電可能なアルミニウム電池を作るため水の電気分解を防ぎたいと思い、溶媒を変えて実験を行った。

＜実験6＞溶媒を変えての実験

方法：溶媒に、エタノール、メタノール、酢酸、炭酸プロピレンを用いて同じ装置で実験をした。

結果と考察：エタノール、メタノールは揮発性が高く、酢酸はアルミニウムの腐食作用が高いことが分かった。さらに、過去の課題研究で酸性の電解質はアルミニウム電池において塩基性の電解質より起電力が低いことがわかっていたため使用をやめた。また、炭酸プロピレンはリチウムイオン電池に使われている電解質であるためアルミニウム電池で使用しようと思ったが、炭酸プロピレンには、水酸化ナトリウムが微量しか溶けず、他の電解質も試したが、溶けるものはなかった。

4. まとめ

空気極には白金メッキされたステンレス網、電解質には水酸化ナトリウムを用いると効率的なアルミニウム電池となることがわかった。しかし、アルミニウム板の付着物の生成、水の電気分解などの課題があった。そこで、タングステン酸アルミニウムの使用による付着物の生成が抑制できた。先行研究にはタングステン酸アルミニウムを用いたアルミニウム電池の二次電池化に成功している企業もあるので参考にしながら二次電池化を目指したい。タングステン酸アルミニウムの使用方法がわからず、様々な方法を試したが、アルミニウムの腐食を防ぐことはできたが二次電池化には至らなかった。タングステン酸アルミニウムの使用方法をさらに探って、二次電池化を実現させたい。

アルミニウム電池の二次電池化への今後の課題としては、タングステン酸アルミニウムをセラミックスにするのは難しいため、タングステン酸アルミニウムをアルミニウム板に被覆させることが挙げられるが、タングステン酸アルミニウムは粉状であるため、ポリビニルアルコールにタングステン酸アルミニウムを混ぜて乾燥させたものを被覆することを考えている。

5. 参考文献

平成 27 年度課題研究「アルミニウム電池の制作」

<http://www.fuji-pigment.co.jp/pres.pdf>

<http://www.fuji-pigment.co.jp/Aluminum-Air-Battery.pdf>

東原先生の「生徒からの質問と回答」

フェノールの性質について

～Fe³⁺定量法への可能性～

研究者:長田怜那 酒井奈留美 津山陽奈 西澤穂乃香 本藤美羽

指導教諭:小田切 亨

1. 研究概要および目的

フェノール類は、塩化鉄(III)水溶液と反応して青紫に呈色することが広く知られている。だが、理科教師の間でこの反応が上手く起こらない場合があるという話を聞き、その理由を検討しようと思った。一般的に呈色反応に興味を持っていたので研究を始めた。この呈色反応は Fe³⁺に特異的であり、水溶液の pH に依存することが分かった。Fe³⁺の量による検量線をつくり、最終的には Fe³⁺の定量法確立に向けて研究した。

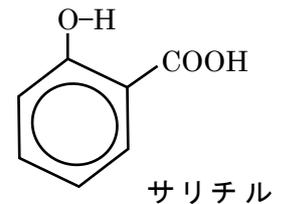
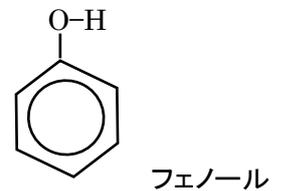
2. 研究内容・研究方法

(1) フェノール類とその性質について

フェノール類とは、ベンゼン環の炭素に直接ヒドロキシ基(-OH)が共有結合した構造を持つ有機物質のグループのこと。

<フェノール>白色の結晶の弱酸性物質である。水には少々溶けにくい。水性絵の具のような刺激臭があり皮膚につくと薬傷をおこす。医療品や樹脂原料となる。

<サリチル酸>無色の針状結晶の酸性物質である。水には少々溶けにくい。消炎剤や解熱剤・鎮痛剤の原料となる。



(2) 実験

【実験1】フェノール類～塩化鉄(III)呈色への pH の影響と呈色反応の最大吸収波長の測定

コニカルビーカーに 0.50mol/L フェノール 150mL、0.10mol/L 塩化鉄(III)5.0mL を加え pH メーター(SHIMAZU NPH-15DN)のガラス電極を設置し、2.0mol/L 塩酸・水酸化ナトリウム溶液を 30μL ずつ入れ pH と色の変化をしらべた。呈色反応で特徴的な変化の溶液をとり吸光度計(SHIMAZU UVmini1240)で光吸収スペクトルを測定した。

同様にサリチル酸飽和水溶液についても行った。サリチル酸は水に溶けにくいため飽和溶液とした。

【実験2】Fe³⁺以外の金属イオンとフェノール、サリチル酸との呈色の有無の確認

フェノール類の呈色反応は鉄(III)イオンだけに特異的なものかを確認するため、鉄(III)イオン以外の金属イオンを用いて呈色の有無を定性的に確認した。各金属イオンは、AgNO₃、Al(NO₃)₃、Cu(NO₃)₂、Pb(NO₃)₂、K₂Cr₂O₇、K₂Cr₂O₄、Zn(NO₃)₂、SnCl₂、NiSO₄、CoCl₂各 0.1mol/L 水溶液を用いた。

【実験3】塩化鉄(III)濃度一定下におけるサリチル酸濃度の呈色反応への影響

0.019 mol/L 塩化鉄(III)水溶液 0.25mL に飽和サリチル酸水溶液 0～0.90mL を加え総液量 3.0mL として、480nm における吸光度を吸光度計で測定した。

【実験4】サリチル酸溶液濃度一定下における塩化鉄(III)濃度の呈色反応への影響

飽和サリチル酸水溶液 0.50mL に 0.019 mol/L 塩化鉄(III)水溶液を 0～1.5mL を加え総液量 3.0mL として、480nm における吸光度を吸光度計で測定した。

3. 実験結果と考察

【実験1】フェノール類～塩化鉄(Ⅲ)呈色へのpHの影響

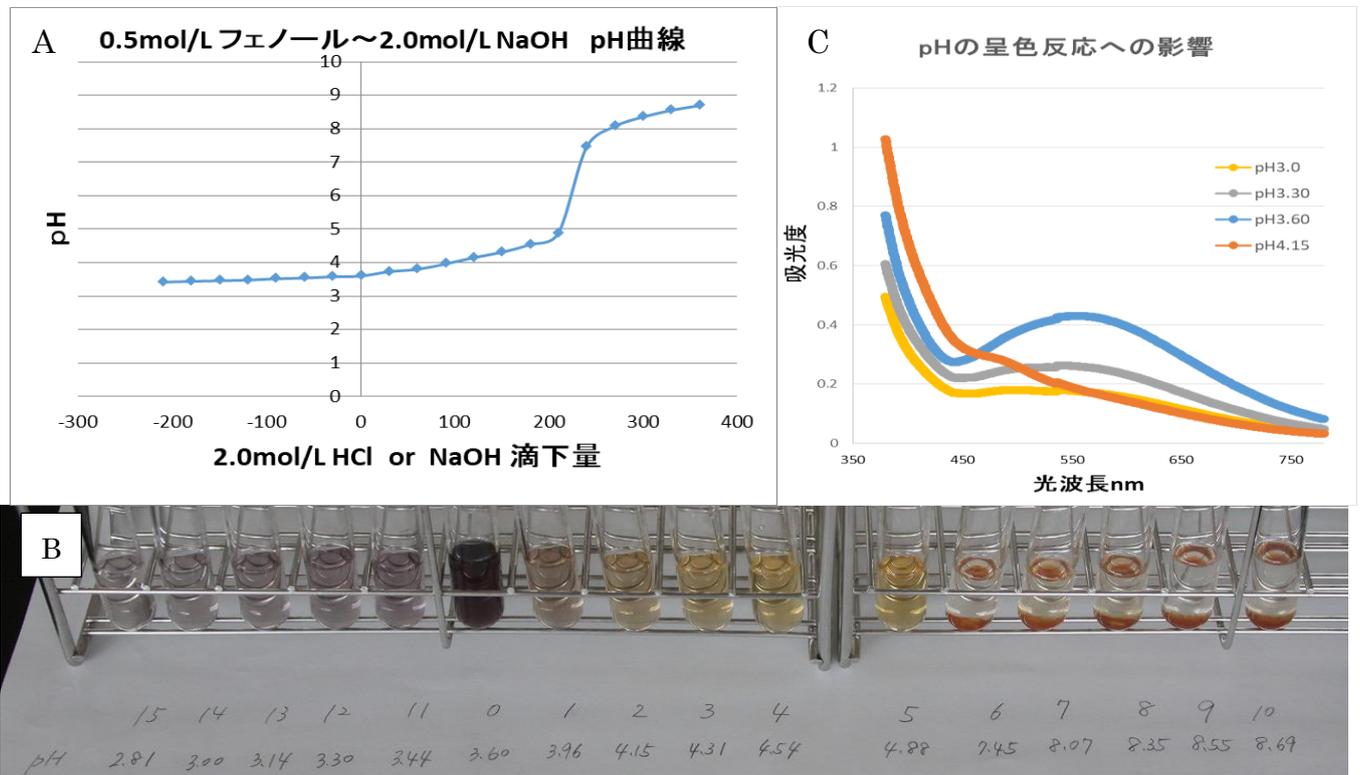


図1. フェノール～塩化鉄(Ⅲ)呈色反応へのpHの影響

A 滴定曲線 B 各pHでの呈色状況 C pH 3 近辺での光吸収曲線変化

フェノールと塩化鉄(Ⅲ)呈色は、pH 3.6 で青紫色を示したがわずかに酸性・基性側へ pH が動くだけで退色し、呈色 pH 範囲が極めて狭いものであることが分かった。また pH 7 を超え 8 近辺では水酸化鉄(Ⅲ)の沈殿が生じるため呈色反応は起こらない。

なお、pH 3.6 における最大吸収波長はおおよそ 550nm であった (図 1)。

一方、サリチル酸ではフェノールに比較して塩化鉄(Ⅲ)との呈色は安定しており、pH 5 近辺より退色が際立ち 7 以降では退色した。pH と共に吸光度曲線が動き最大吸収波長も 500nm から 460nm 付近にシフトしてゆく。サリチル酸～NaOH pH 曲線から pH 3 近辺での緩衝作用が大きいこと、また 480nm あたりの本呈色反応の吸光度をに注目すればサリチル酸を利用した Fe³⁺の定量実験が可能になるのではないかと判断できた (図 2)。

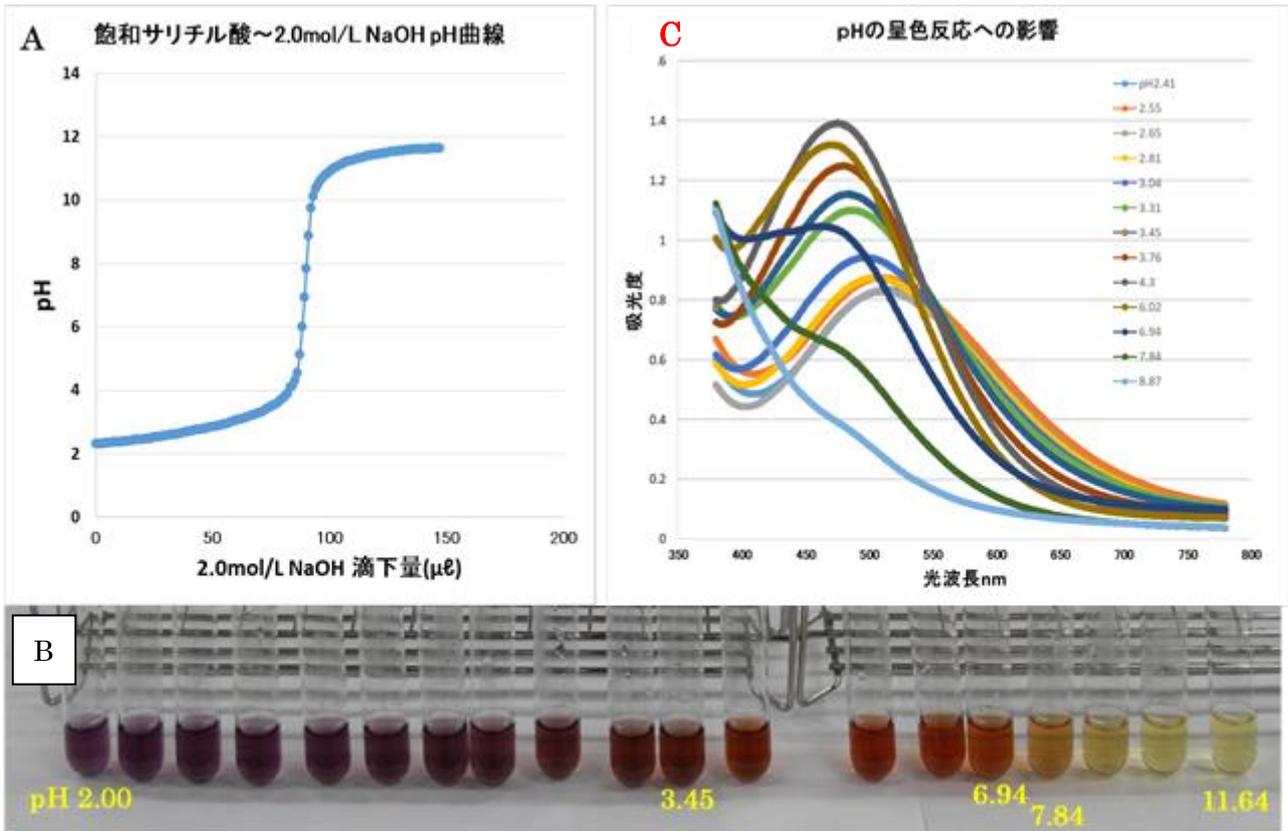
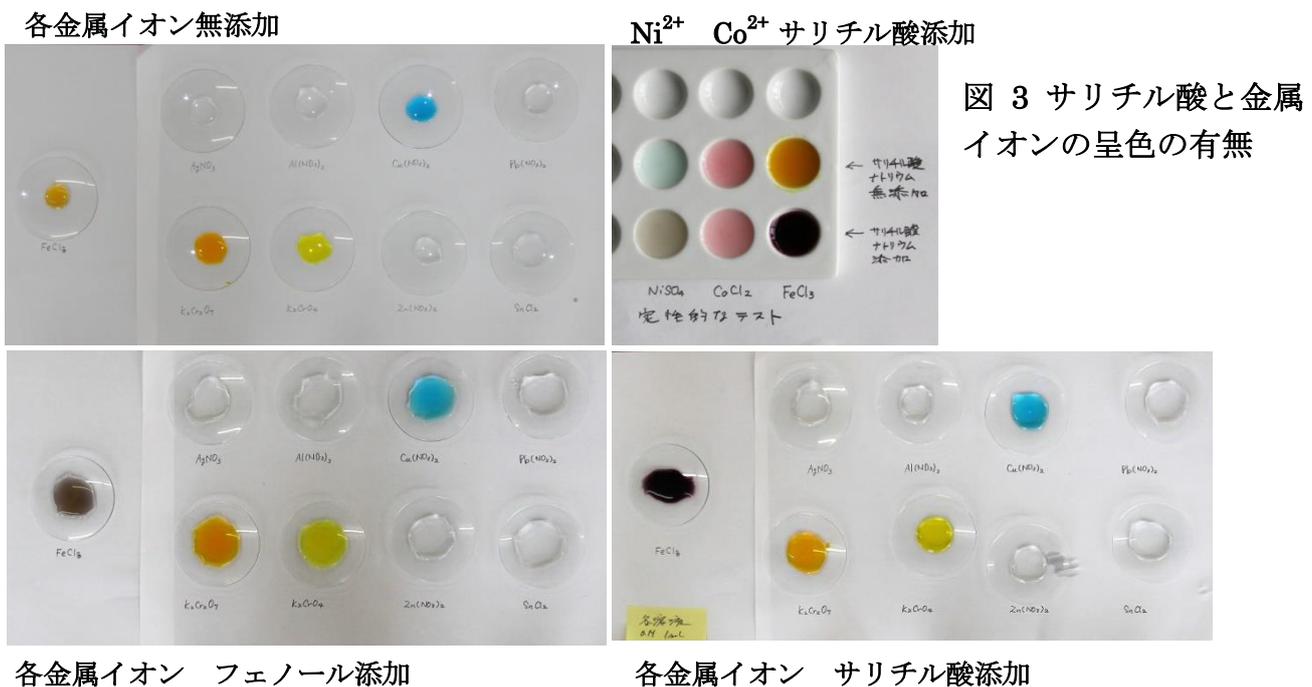


図2. サリチル酸～塩化鉄(III)呈色反応へのpHの影響
 A 滴定曲線 B 各pHでの呈色状況 C pH3 近辺での光吸収曲線変化

【実験2】 Fe^{3+} 以外の金属イオンとフェノール、サリチル酸との呈色の有無

フェノール・サリチル酸水溶液と各種金属イオンとの呈色について時計皿等を用い実施した。塩化鉄(III)以外では呈色がおこらず、教科書通りの特異性が高い反応である(図3)。従って本反応を Fe^{3+} の定量に使えると判断できた。



【実験3】塩化鉄(III)濃度一定下におけるサリチル酸濃度の呈色反応への影響

0.019 mol/L 塩化鉄(III)水溶液 0.25mL 一定量下で、サリチル酸量を変動させると 0.5mL 添加までほぼ吸光度は直線的に増加することがわかり、ある量からは吸光度が動かなくなるので溶液中の鉄(III)イオン量に対して 0.5mL で十分量に至ると判明した。(図4)

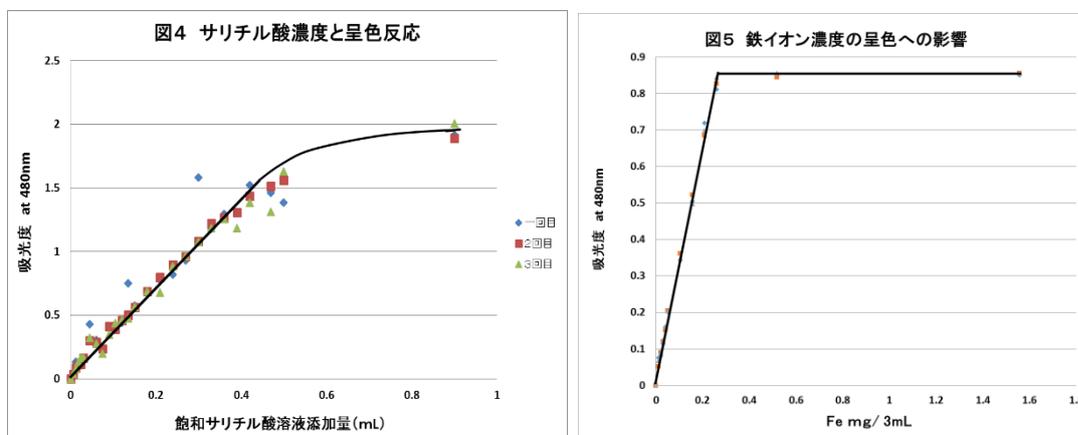


図5データより傾きを求めると $0.964[\text{Abs at } 480\text{nm} / (\text{Fe mg}/3\text{mL})]$ が得られた。
吸光度測定値を A とすると 3 mL 中の鉄の重さ $\text{Fe mg}/3\text{mL} = A / 0.964$ となる。

【実験4】サリチル酸溶液濃度一定下における塩化鉄(III)濃度の呈色反応への影響

飽和サリチル酸水溶液 0.50mL を一定とした場合、 FeCl_3 量と吸光度はきれいな直線関係となった。塩化鉄(III)溶液が約 0.25mL (0.26 mg Fe/3 mL) 以上添加すると吸光度の増加は見られず一定値となった。添加される Fe^{3+} と配位結合して呈色するサリチル酸量が不足することが示唆された。

以上の実験結果を踏まえ、次のような鉄(III)イオンの定量系を提案する。

飽和サリチル酸水溶液 0.50mL に Fe^{3+} (<0~0.2mg) を含む水溶液を添加し、総液量 3.00mL として 480nm における吸光度を測定検量線より溶解している鉄の量を計測する。なお、用いる鉄の水溶液中の鉄イオンは硝酸で酸化し Fe^{3+} として弱酸性とする。

4. まとめ

フェノール類と塩化鉄(III)の呈色反応は、他の金属イオン間には生じない特異性の高い反応であること、また、呈色反応は pH 依存性が大きく、特に中性から塩基性領域では鉄イオンが水酸化物を作って呈色しなくなることもわかった。サリチル酸の呈色が酸性領域で安定性が高いこと、サリチル酸の緩衝作用が利用できることから鉄イオンの定量法を提案したが、実証実験が済んでいないので今後検討してゆく。その過程を経て、より精度の高い定量法へと改良をしてゆきたい。

この呈色反応はフェノール類の Fe^{3+} への配位が絡んでいるという。この反応の仕組みなどについても今後の検討課題としたい。

カエデの模倣で滞空時間をのばそう

～滞空時間は羽根の平面積と質量の比に相関～

研究者：宮本竜也 隆 凜太郎 小坂井敦生

指導教諭：西澤秀夫

1. 研究目的

カエデは北半球に広く分布し、翼果によって分布を広げてきた。この種子を遠くまで散布するため、種子の滞空時間が長くなる進化をしてきた。このカエデの種子に興味をもち、生物模倣の観点からカエデの特性を活かすことを考えた。種子の滞空時間が長いという特性を詳しく知るため、滞空時間の長さが決定づけられる要因を自然界の種子をもとに探ることにした。また、この要因と滞空時間の関係を関数に表すことで、種子の滞空時間がより長くなる条件を探ることにした。

2. 研究方法

自然界にあるカエデの種子を採取し、滞空時間を計測する実験をした。

1) 翼果試料の作成

採取したカエデの種子を乾燥させ、種子の条件を一定にした。種子は各データ分析のため、マーキングによって個々の種子の識別を行った。

2) 滞空時間の計測

種子を無風の条件で落下させ、滞空時間を計測した。各試料3回ずつ計測を行い、平均値を用いた。無風の条件で実験を行うために、初めは高さ約2.5mの亚克力/塩化ビニル筒を用いた。しかし、筒の直径が小さく、種子が内壁に衝突することが多かったため、閉め切った室内を無風の条件とみなして実験した。このとき落下させる高さや種子の向きは一定にした。

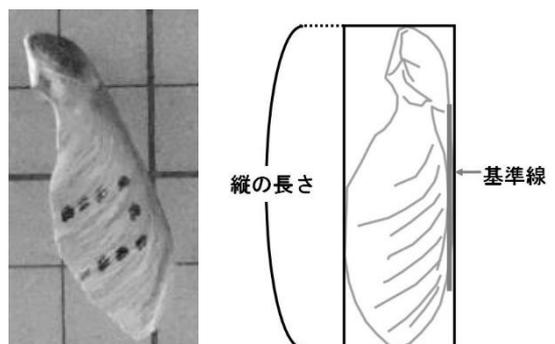
(図1) 計測の開始姿勢と始め実験に用いた筒



3) 翼果質量・形状の計測

それぞれの種子についていくつかの要素を計測した。質量の計測は電子天秤を用いた。縦・横の長さや平面積は方眼紙上で撮影した試料の画像を用いて解析を行った。縦・横の長さは種子の背(羽根部分で最も維管束の太い脈)を基準線とし、基準線に平行な方向(縦)と垂直な方向(横)で、それぞれ最も大きい部分とした。横の長さについては、最も大きい部分が羽根の中心より種子本体側にあるもの、その反対側(先端側)にあるものなど場所は一定でなかったが、羽根の中心より少し先端側にあるものが多かった。

(図2) 計測模式図 右の図では基準線(灰色)に平行・垂直な方向において最も大きい長方形(黒)を表している。長方形の横幅が横の長さを表す。



4) 計測値の分析

計測した値(滞空時間・質量・長さ・平面積)から Excel などを用いて分析を行った。

5) 模型を用いた計測

自然界の種子では計測が難しい形状を模型から分析する。

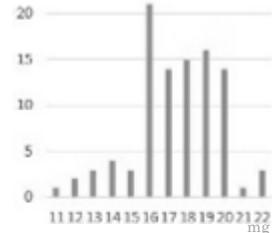
3. 実験結果・考察

自然界の種子では、一個体から採取したものであってもそれぞれの種子の滞空時間に大きなばらつきがあることがわかった。また、種子の質量、羽根の形、大きさなども一定でないことがわかった。

滞空時間の平均は2.6秒だった。このうち3.0秒以上だったのは全体の7%程度だった。なお、自由落下の場合は0.7秒ほどで落下するため、カエデの滞空時間が長いとわかる。

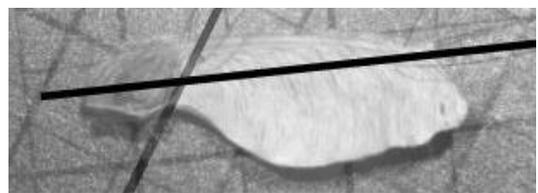
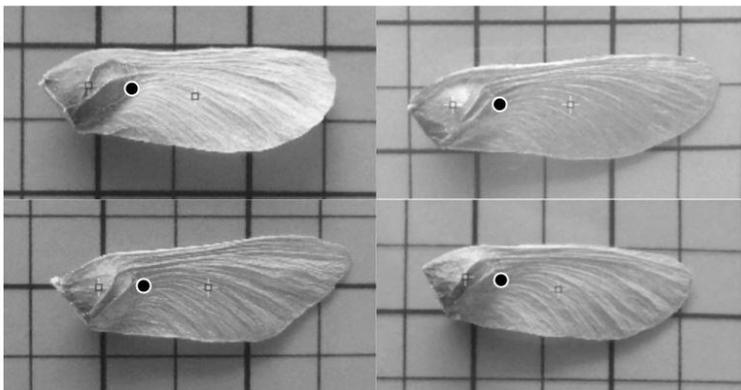
計測した種子の平均質量は18.4mgで16~20mgに出現度数のピークが現れた。縦・横の長さの平均値は18.7×6.3mm。縦・横の長さの比はほぼ同じだった。

ImageJの重心分析を用いて、種子の重心を推定した。その結果、(図3)の位置に重心が存在するとわかった。また、種子を糸で吊す方法によっても重心分析を行った(図4)。重心の位置はいずれも種子本体と羽根の境界付近にあった。(グラフ1)質量の度数分布



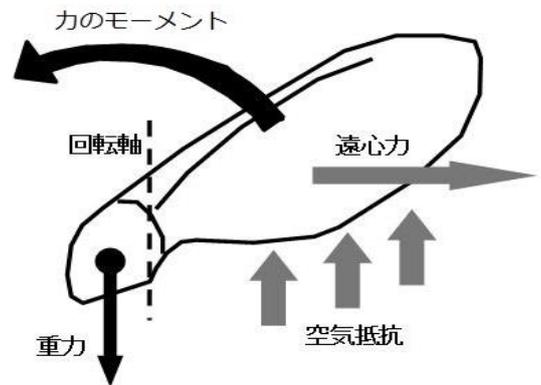
(図3) 種子の重心 黒点によって示した

(図4) 種子の重心 二直線の交点で示した



種子本体や、羽根の密度が一樣だと仮定すると重心の位置は(図3,4)に示した位置あり、種子に働く力について次の(図5)のように表すことができる。力のモーメントは空気抵抗によって生じる力であり、回転によって生じる遠心力は空気抵抗をより大きくする働きをされると考えられる。

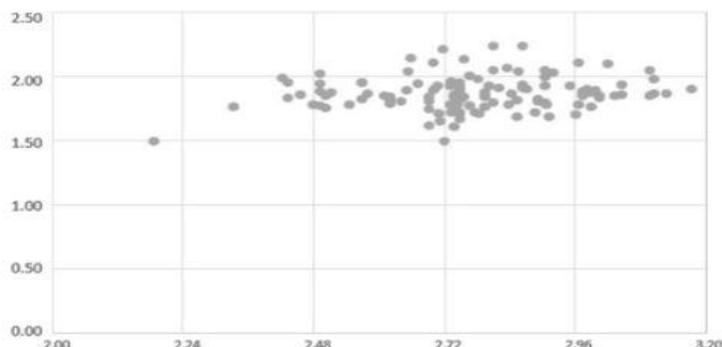
(図5) 種子に働く力



これらを踏まえて、滞空時間と各要素の関係を分析した。

(1) 縦・横の長さとの関係

縦・横の長さを計測した結果から、縦・横の長さのばらつきは滞空時間のばらつきに比べて非常に小さいことがわかり、相関は見られなかった。



(グラフ2) 縦の長さとの相関
横: 滞空時間[s] 縦: 縦の長さ[cm]

(2) 質量との関係

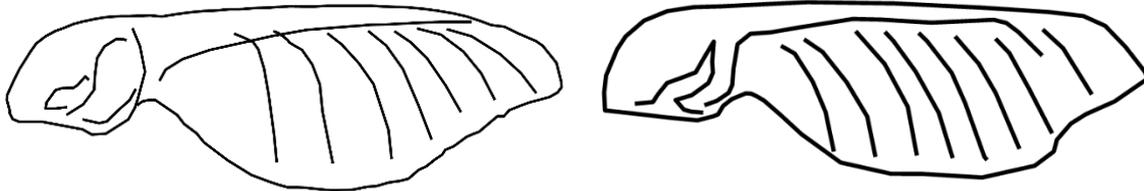
質量を計測した結果から、軽いものほど滞空時間が長くなる、ある程度の相関が見られたが、ばらつきが大きかった。この相関については先行研究において質量の小さいものほど重力に対する空気抵抗の比と、種子の回転により発生する揚力が大きくなると考察されている。

(3) 形状の比較

質量と時間の相関を示したグラフから、ほぼ同じ質量の種子の中で滞空時間の特に長かったものと短かったものを抜き出し、形を比較した。種子の形が不均一のため、いくつかの種子に共通している特徴は発見できていないが、羽根が受ける空気抵抗を回転に変換させる際に、羽根の形状が関係するのではないかと考える。検証したデータが少ないものの、羽根の腹側（図 6,7 の下側）がなだらかな曲線を描く種子の滞空時間が長い傾向にある。また、先行研究では羽根に歪みがあると滞空時間が短くなるとしており、これは羽根にぶつかった空気が不整な渦を巻くなどして空気の流れを混沌にするためだと考えられる。形状や歪みのデータは主観的なものなので、他の検証方法を検討したい。

(図 6) 滞空時間が長い種子のひとつ

(図 7) 滞空時間が短い種子のひとつ

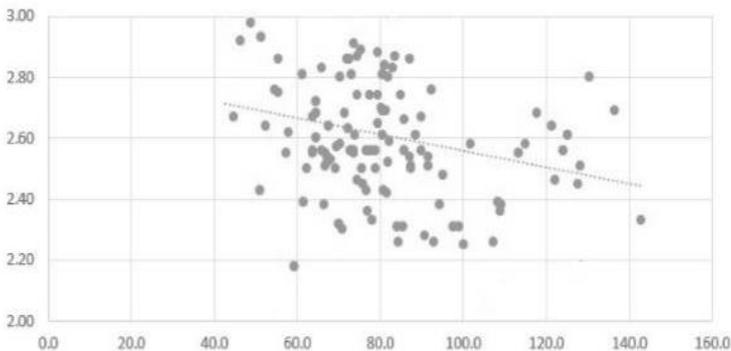


(4) 平面積の検討

まず、概面積（縦・横の長さの積）を検討したが、相関は見られなかった。

次に ImageJ を用いて平面積のより詳しい値を求めた。その結果、次の一次関数で表された。

$$(\text{滞空時間}) = -0.0027(\text{平面積}[\text{mm}^2]) + 2.8$$



(グラフ 3) 平面積との相関

横: 平面積[mm²] 縦: 滞空時間[s]

(5) (平面積)/(質量)による相関

先行研究で出された結論の一つに滞空時間が次の一次関数で表すことができるとあった。

$$y = 0.169x + 1.25 \quad y = (\text{滞空時間}[\text{s}]) \quad x = (\text{面積}[\text{mm}^2]) / (\text{質量}[\text{mg}])$$

この研究ではある 2 本の木から採取された種子をもとに割り出されている。この先行研究の種子は 8~10mg に出現度数のピークが現れており、今回計測した種子よりも質量の小さいものなので、この値がカエデ種子に対して一般的に通用するものかを調べた。

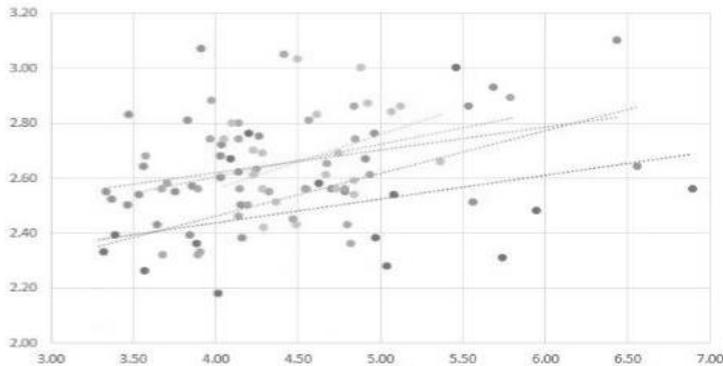
まず、 x の値を求めた。平均値は 4.50mm²/mg、度数分布のピークは 4.00~4.80mm²/mg に現れた。先行研究での度数分布のピークは 4.50~5.00mm²/mg で、本研究での値と比べて大きい。これを元に相関を求めると、次の一次関数が得られた。

$$y = 0.116x + 2.11$$

この関数は先行研究のものに比べて傾きが小さい。しかし、実測値の $4 < x < 5$ 付近でグラフが近づくため、ほぼ同じ関数を得たといえる。なお、 $x = 4.50$ での y 値差は 0.11 秒だった。

(6) 先行研究との傾きの違いについての考察

先行研究で用いている種子と本研究の計測に用いた種子の主な違いはその質量である。そこで、種子の質量によって一次関数の傾きが変化し、その変化が二次関数として表すことができると予測した。二次関数として表すことができれば、滞空時間が最も長い条件が求められると考えた。今回用いた種子を平面積の値について 3 段階に分け、各段階について一次関数を求めた。先行研究の値を含めて一次関数の傾きや切片の値と平面積との関係を Excel、grapes を用いて分析した結果、傾きの値が下に凸の二次関数の変化、切片の値が上に凸の二次関数の変化を示すとわかった。



(グラフ 4) 平面積別の(平面積÷質量)との相関
横 : S/M[mm²/mg] 縦 : 滞空時間[s]

これらの結果から 2.5m の高さから落下させた種子の滞空時間 y [s] は 2 つの文字

$$S=(\text{平面積}[\text{mm}^2]) \quad M=(\text{質量}[\text{mg}])$$

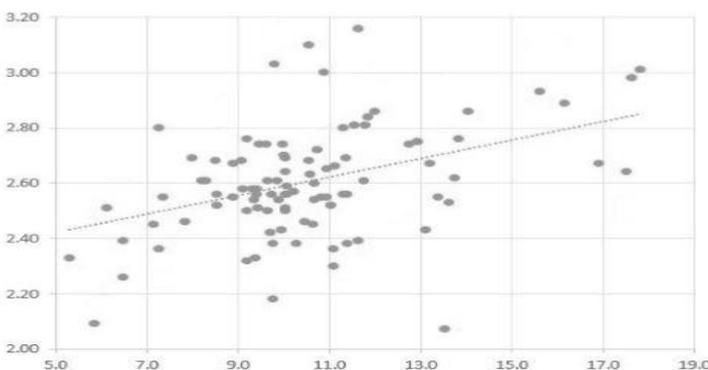
を用いて次のように表すことができる。

$$y = (0.00044S^2 - 0.06S + 2.2)S/M - 0.0038S^2 + 0.53S - 16.5$$

(7) (縦の長さ)/(質量)による相関

平面積の大きな種子はその分縦の長さが長くなる傾向にあると考え、平面積よりも簡単に計測できる縦の長さとの比から分析を行った。その結果、(縦の長さ)/(質量)と同様に滞空時間について次の一次関数で表すことができた。

$$(\text{滞空時間}[\text{s}]) = 0.034(\text{縦の長さ}[\text{cm}]) / (\text{質量}[\text{mg}]) + 2.25$$



(グラフ 5) (縦の長さ)/(質量)との相関
横 : (縦の長さ)/(質量)[cm/mg]
縦 : 滞空時間[s]

(8) 紙の模型を用いた考察

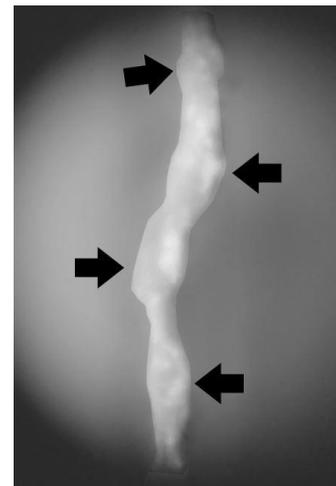
コピー用紙に印刷したカエデの種子の絵を元に模型を製作した。絵は(図 6)を用いた。種子本体と羽根の質量比や重心を考慮して製作を行ったが、回転は起こらなかった。先行研究で製作されている模型の形状は多角形で自然界の種子とは異なるため、形状は回転の有無に関係しないと考えられる。

検証を重ねた結果、種子の背の部分に凸部をつけると回転することが判明した。羽根の背にある維管束は主に片側が厚くなり凸部となっている。凸部の高さは 0.2mm 程度と微小だが、模型において凸部によ

って回転の有無が決められたことから、羽根の背にある維管束は凸部となる事によって、回転を生み出す空気抵抗に関係していると考えられる。また、紙の模型を製作する場合、羽根の凹凸は均一にする必要があるとわかった。

(図 8) 羽根の断面

左:背に垂直(左側が背) 背が膨らんでおり、それ以外はほぼ平滑
右:背に平行 矢印の部分に凸部が見られる



紙の模型では大まかな形、重心、羽根の背にある凸部の 3 点を考慮すると回転した。

4. まとめ

本研究の結果と先行研究において計測された結果を合わせると次のように考察される。

相関が見られた要素

- ・ 種子の質量
- ・ 種子の面積
- ・ (面積)/(質量)
- ・ (縦の長さ)/(質量)
- ・ 羽根の厚さの比 (先行研究)
- ・ 果実軸に移動させた重心位置 (先行研究)

相関が見られない要素

- ・ 羽根の縦・横の長さ
- ・ 概面積 (縦・横の長さの積)

滞空時間との関係がありそうな要素

- ・ 羽根の腹側の形状
- ・ 羽根部分の凹凸
- ・ 果実軸と羽根軸との差 (先行研究)

今回の結果から滞空時間との相関がある要素は、空気抵抗の大きさや重力とのつりあいに作用するものといえる。この力によって回転する種子の姿勢をつくることで空気抵抗をより大きくし、滞空時間を延ばしていると考えられる。

今回求められた関数ではまだばらつきが大きく、滞空時間を推定することは難しい。また、自然界の種子による考察ではデータの値域が狭く、他の要素の影響もあるので、今後の研究では紙の模型を用いることで、自然界の種子では計測できなかった範囲のデータを得たい。

滞空時間との関係がありそうなものとして、羽根部分の凹凸が挙げられる。この凹凸は維管束による筋だが、空気抵抗によって回転のモーメントを生み出している種子にとってはこの凹凸も必要なものだと考えられる。この凹凸の有無や、筋の方向の違いによる回転への影響も検証したい。また、先行研究において挙げられた果実軸と羽根軸との差については、個体によってばらつきがあることから、重心の違いが関係しているとみられる。重心の違いについて先行研究では果実軸方向の違いのみ検証しているため、模型を用いた実験により、この軸と垂直な軸についても重心の違いを検証したい。

5. 引用・参考文献

- ・ 種子散布 <http://www.biol.tsukuba.ac.jp>
- ・ イロハモミジの翼果形状と落下時間の関係 愛媛県立八幡浜高等学校
- ・ 第 13 回「山の教室」植物の種子散布戦略 <http://www.natural-science.or.jp>

エンバクによる発芽抑制

～植物種が異なれば感受性も異なる～

研究者：石田ひかり 清野 聖 久保田 都 榑原美桜 羽生遥海

指導教諭：堀内栄子

1. 研究概要・目的

私たちは無農薬農業に興味を持ち、植物のアレロパシー（他感作用）という現象に注目した。アレロパシーとは、植物の生産・放出した化学物質が周囲の動植物の生理や生態に何らかの影響を与えることであり、競合する植物の成長を抑えたり、捕食者や病原菌を防いだり、その天敵を引き寄せたりもする。これを活用すれば、農薬の使用を低減できる可能性がある。ただし、作用物質の種類や作用機序など解明されていないことも多い。

過去の課題研究から、エンバクのダイコンに対するアレロパシー効果は判明している。（エンバクのアレロパシー効果は、周囲の植物への発芽抑制だと言われている）本研究では、エンバクによる発芽抑制に焦点を絞り、効果を表しやすい（感受性の高い）植物を探る。

2. 研究内容・研究方法

研究は、小窓から光の入る、気温を 20 度に保ったインキュベーターで行う。実験に用いる種子は、エンバク、ネギ、ハウレンソウの三種類で、市販されているもの。ちなみに、エンバクは、オートミールやグラノーラの原料、家畜飼料に使われ、さらには若芽が猫草として使用されている。これらを養分を含まない寒天培地の表面にごく浅く埋め込む。



（左から、エンバク、ネギ、ハウレンソウの種子）

<寒天培地>

700 ccの水に寒天の粉 10g を入れ、熱しながら溶かす（写真1）。水溶液が透き通ったら、容器に移して冷却して固める。



（写真1）

研究初期は、寒天培地をガラス棒で砕いて種子を播いていたが、砕くことによって、不確定要素が増えてしまうと、先生に助言を頂き、最終的に、寒天培地は砕かずにそのまま使用することにした。先行研究の課題でもあった、種子や培地に生えるカビを防ぐため、培地表面だけでなく、種子を播く時に使用するピンセットもアルコール消毒した。

<対照実験> (単独)

- 1、上記の方法で作った、深さ 5cm ほどの寒天培地 (写真 2) に、ネギ (写真 3) とホウレンソウ (写真 4) をそれぞれ 5×10 個ずつ播く。(播く時に定規を当て、真っ直ぐ播けるようにする)
- 2、播いた日を 0 日目として、10 日後の発芽率を調べる。



(写真 2)



(写真 3)



(写真 4)

<実験> (混植)

- 1、<実験 1>と同様の寒天培地に、エンバクを 10 個、中央に一行に播く (写真 5)。
- 2、10 日間生育させ、エンバクから左右に 2cm 離れた位置にネギ、ホウレンソウを 10×2 個ずつ一行に播く。
- 3、10 日後に発芽率を調べる。(実験中の寒天培地 (写真 6))



(写真 5)



(写真 6)

3. 実験結果・考察

—ネギ—【結果】

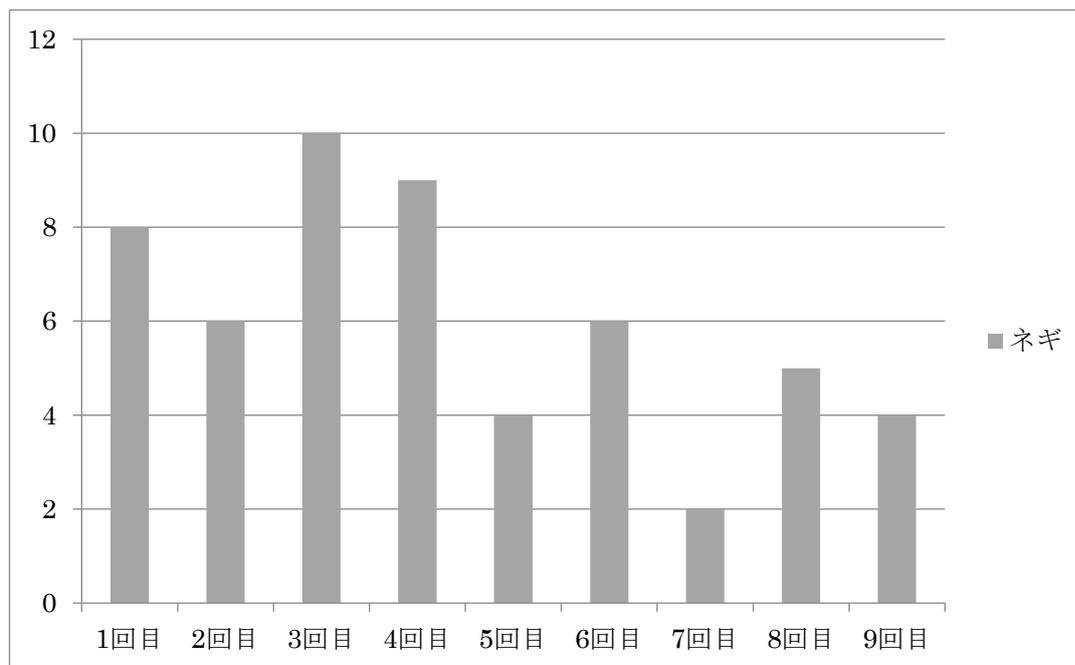
<対照実験>

1回目：50個中21個発芽。発芽率42%

2回目：50個中37個発芽。発芽率74%

平均：50個中29個発芽。発芽率58%

<実験>



上図：ネギ20個が10日後に発芽した数(個)

平均：20個中6個発芽。発芽率30%

【考察】

- ・<対照実験>と比べ、ネギの発芽率が下がっていることから、エンバクのアレロパシー効果はネギの発芽を抑制することが分かる。
- ・<対照実験>の1回目の発芽率が低かった理由や<実験>で回数によって発芽率が上下してしまう理由は、播き方や寒天培地の乾燥だと考えられる。

—ホウレンソウ—【結果】

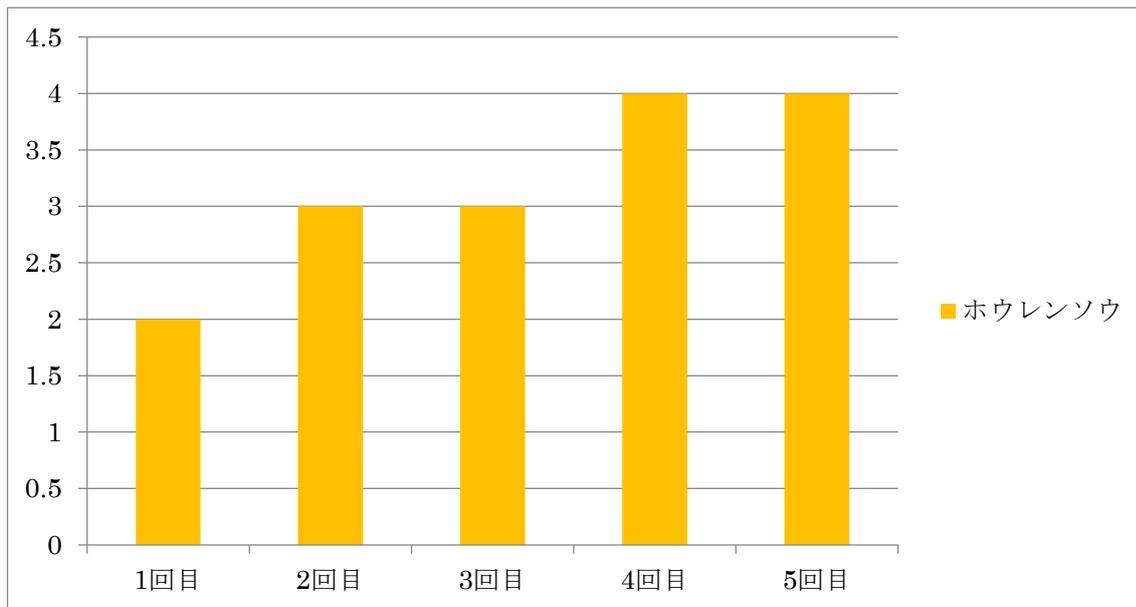
<対照実験>

1回目：50個中38個発芽。発芽率76%

2回目：50個中47個発芽。発芽率94%

平均：50個中42.5個発芽。発芽率85%

<実験>



上図：ホウレンソウ 20 個が 10 日後に発芽した数 (個)

平均 : 20 個中 3.2 個発芽。発芽率 16%

【考察】

- ・ <対照実験> と比べ、ホウレンソウの発芽率が大幅に下がっていることから、エンバクのアレロパシー効果はホウレンソウの発芽を抑制することが分かる。

4. まとめ・今後の展望

ネギとホウレンソウ、それぞれの結果から、ホウレンソウは<対照実験>での平均の発芽率がネギよりも高く、<実験>での平均の発芽率がネギよりも低かった。そのため、ホウレンソウはネギよりも大きな抑制を受ける（感受性が高い）ようである。

今回の実験を基に、今後の実験・研究の方針を以下のようにした。

- ・ 種の播き方を徹底し、播く人で違いが出ないようにして、実験中に寒天培地が乾燥しないよう、適度に水分を与える。
- ・ エンバクからの距離は変えずに、エンバクを何日生育させた後で種を播いたのかによって、ネギやホウレンソウの発芽率が変わるのかを調べる。
- ・ 繰り返し実験を行い、データを確かなものにする。

5. 参考文献

- ・ 平成 28 年度課題研究「エンバクのお種植物に対する発芽抑制」
- ・ 日本大百科全書(ニッポニカ)

たまねぎ状風化の形成過程を探る

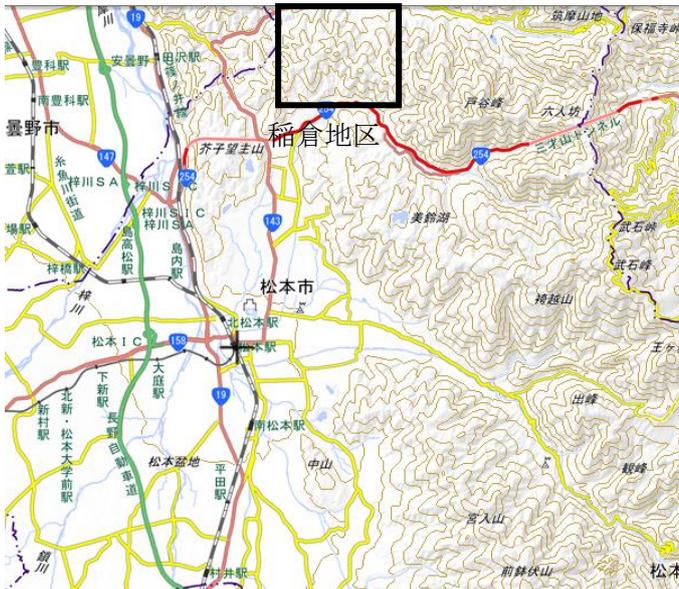
～岩石内の水の動きによって形成過程を探る～

研究者 渋谷孝希 井浦瑞葵 太田真衣佳 尾崎麟太郎

指導教諭 大石 超

1. 研究目的

松本市稲倉地区で女鳥羽川周辺の地質調査を行ったところ、たまねぎ状風化の岩石を発見した。そこで私たちは、もともと水平に堆積した砂や泥の層が風化の過程でたまねぎ状になっていくことを不思議に思い、その形成過程を明らかにすることを目的としてこの研究を始めた。



↑松本市周辺の地図 (20 万分 1)

松本市周辺の地質図→



↑松本市稲倉地区の地形図 (2 万 5000 分 1)

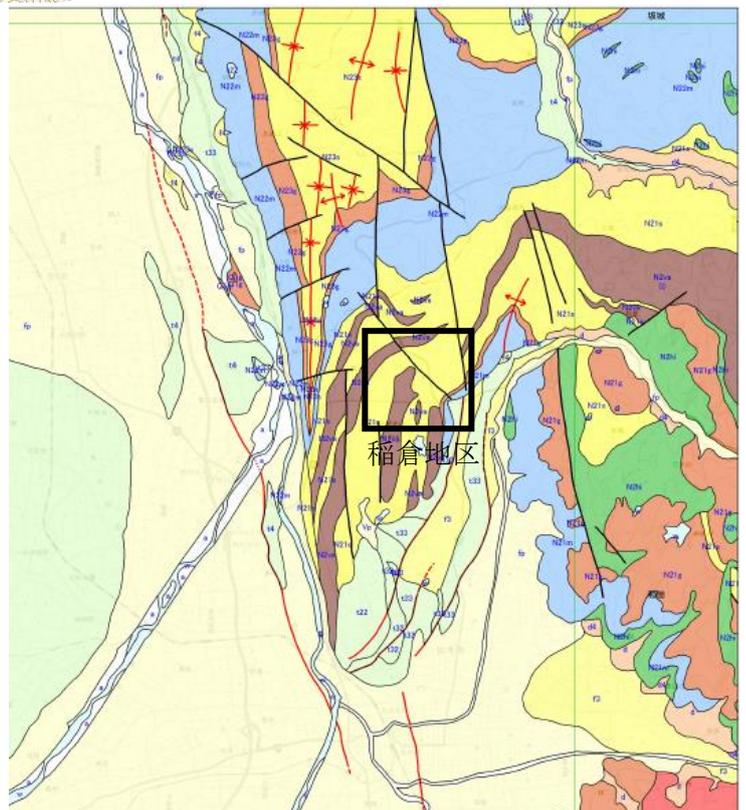
2. 研究内容

(1) たまねぎ状風化とは

たまねぎ状風化とは、もともと水平に堆積した砂や泥の層が風化の過程でたまねぎの皮のように風化していくこと。

(2) 現地調査

松本市稲倉地区で女鳥羽川周辺を地質調査したところ、砂岩の地層のたまねぎ状風化を発見した (写真 1)。周辺の地層を詳細に調査したところ同じ地層を観察できる露頭は数多くあったが、たまねぎ状風化が観察された露頭は 2カ所だけだった。これらは地層の節理の間にあった (写真 2)。



また、泥岩の地層ではたまねぎ状風化の前段階とも考えられる節理の入った地層（写真3）や、たまねぎ状風化の果てと考えられる泥岩の岩石（写真4）を発見した。

（写真1）



（写真2）



（写真3）



（写真4）



（3）たまねぎ状風化の発掘

地質調査で発見した砂岩のたまねぎ状風化の発掘を行った（写真5）。発掘中、先端部分が取れてしまった。しかし、それによって内部の様子を確認することができ、奥までしっかりとたまねぎ状風化が進んでいるということがわかった（写真6）。

（写真5）



（写真6）



(4) たまねぎ状風化のモデル実験

たまねぎ状風化のモデル実験を行うため、泥団子を用いて実験を行った。

<方法>

1. 直径 10cm 程の泥団子を作り、十分に乾燥させた。
2. 乾燥させた泥団子を水槽の水の中に入れた。
3. 数分後、水中に入れたまま泥団子の様子を観察した。

<結果>

泥団子が外側から層のようにはがれ、たまねぎ状風化のように崩れていく様子を観察することができた (写真 7)。



(写真 7)

(5) Fe イオンの量の測定実験



発掘したたまねぎ状風化を観察すると、風化して剥がれやすい皮の部分の色が全体の色と比べて赤黒い色になっており (写真 8)、そこには Fe が多く含まれていると考えた。そこで、この Fe の量の違いが、たまねぎ状風化の形成過程における岩石内の水の動きと関係していると考え、Fe の量を検出することを目的として実験を行った。

(←写真 8)

<方法>

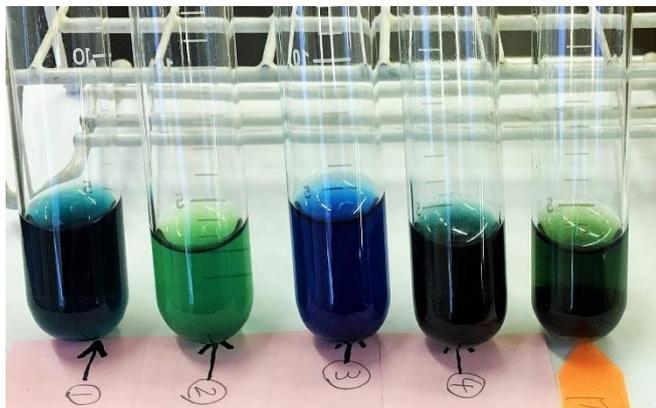
1. たまねぎ状風化の皮部分 (②・④)、内側部分 (①・③) (写真 9)、たまねぎ状風化の中心の核の部分 (⑤) の 5 カ所から 0.1 g ずつ岩石を削り取った。
2. 塩酸 (3mol/L) の中に 1 を入れ、5 分間ゆせんで溶かした。
3. 硝酸 (3mol/L) の中に 2 を入れた (鉄イオンを酸化して二価のイオンを三価のイオンへ変える)。
4. 試薬としてフェロシアン化カリウム、チオシアン酸カリウムを入れて、変化を観察した (三価の鉄イオンの含有量の比較)。



(写真 9)

<結果>

④の部分に Fe イオンが最も多く、②の部分で最も少なかった。また、①、③、⑤の部分は同じくらいの Fe イオンが含まれていたことがわかった (写真 10、11)。



(写真 10、フェロシアン化カリウムの結果)

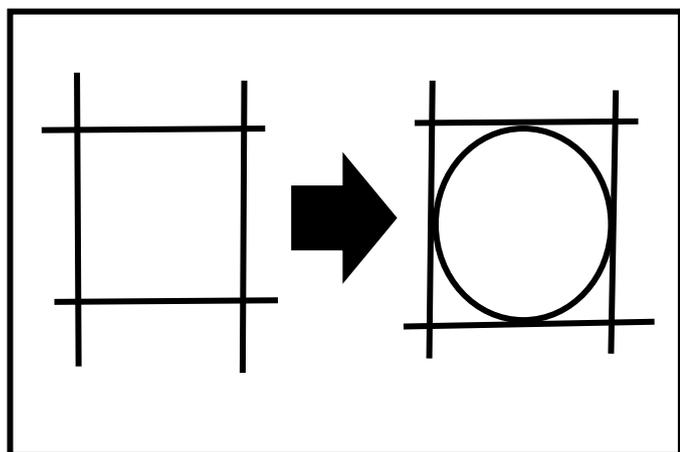


(写真 11、チオシアン酸カリウムの結果)

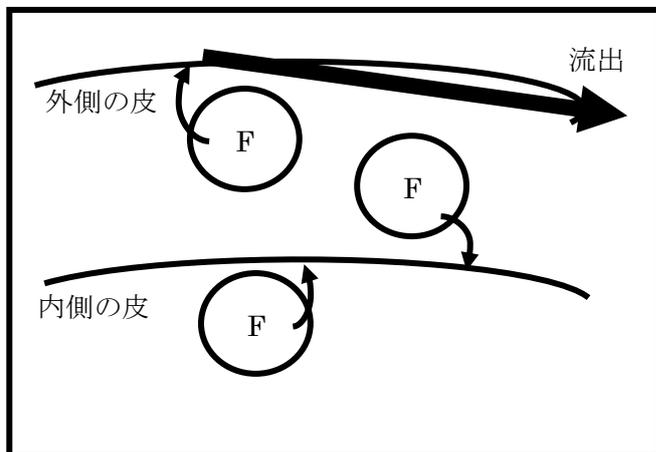
3. 考察

以上の実験結果から、たまねぎ状風化の形成過程が次のように物理的風化と化学的風化の相互作用であると考える。

1. 地層に四角の節理が生じ、そこから水が入り込み、たまねぎ状風化の最外殻ができる (図 1)。
(地層の観察より、地層の節理の間にあるたまねぎ状風化 (写真 2) や、たまねぎ状風化の前段階と考えられる縦方向に節理がはいった地層 (写真 3) があったことから。)
2. たまねぎ状風化の外側から内側に向かって層ができる。
(泥団子の実験より、水につかると外側から崩れていった (写真 7) ことから。)
3. 2の時に、Fe イオンが岩石内の鉱物から水に溶けて溶脱し、たまねぎ状風化の皮の部分に集まる。外側の古い皮は、水が多く流れたため、Fe イオンが皮の外へ流出した。また、形成途中の内側の皮には Fe イオンが多く集まっている (図 2)。
(Fe イオンの測定実験より、Fe イオンが外側の皮部分が最も少なく、内側の皮部分が最も多くあった (写真 10、11) ことから。)
4. 2と3を繰り返して、内側に向かってたまねぎ状風化が進行していく。



(図 1)



(図 2)

4. 今後の課題

- ・たまねぎ状風化の初期段階で、四角の節理の間に最外殻ができると考えた。横方向の節理は地層の圧密作用により形成されると考えるが、縦方向の節理はどのようにできるかを解明したい。
- ・たまねぎ状風化の形成過程においての水の動きをより詳細にとらえたい。
- ・Fe の含有量の実験を多く行い、さらに別の箇所でも行いたい。また、Fe のほかに Ca や、Mn などの含有量についても調べたい。

A Consideration on a Quadratic Curve on Oblique Coordinates

Researcher: : Sho Igusa

1 Research object and outline:

We were interested in relations between the existing range of a position vector and a quadratic curve when we learned vectors and quadratic curves in math classes. We found an equation of existing range of a position vector on oblique coordinates and tried to change it into an equation on orthogonal coordinates. We get a characteristic of the existing range of a position vector by using the rotation of a point on a complex plane.

2 Research method:

〈Lemma〉 Derive a locus of point-P (\vec{p}) which satisfy the following conditions when point-A,B, and C form $\triangle ABC$.

$$\vec{p} = s\vec{OA} + t\vec{OB}, s^2 + t^2 = 1$$

We tried to derive this locus by analyzing this locus.

3 Research content:

I) Definition

Let x - y coordinates be orthogonal coordinates, x' - y' coordinate be oblique coordinates. Let a position angle of x -axis and x' -axis be α , and y' -axis be β .

($0 \leq \alpha < 2\pi, 0 \leq \beta < 2\pi, \sin(\alpha-\beta) \neq 0$) $\triangle OAB$ exists on the x - y coordinate plane. Point-O is origin, Point-A is on x' -axis, Point-B is on y' -axis. Let $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, and component of \vec{a} in orthogonal coordinates be (a_x, a_y) , component of \vec{b} in that coordinate be (b_x, b_y) .

II) Certification

Let coordinate of a point in x - y plane be (x, y) , and coordinate of that point in x' - y' plane be (x', y') , where the following equation hold.

$$x = x' \cos \alpha + y' \cos \beta, y = x' \sin \alpha + y' \sin \beta \text{ i.e. } x' = \frac{-x \sin \beta + y \cos \beta}{\sin(\alpha-\beta)}, y' = \frac{x \sin \alpha - y \cos \alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$$

Let us consider component of \vec{a}, \vec{b} . Let coordinates of point on x' - y' plane be (x, y) , and that point be point-P.

$$\vec{p} = (s|\vec{a}|, t|\vec{b}|) \therefore (x, y) = (s|\vec{a}|, t|\vec{b}|) \text{ i.e. } (s, t) = \left(\frac{x'}{|\vec{a}|}, \frac{y'}{|\vec{b}|} \right)$$

$$\text{Let us substitute it for the condition of lemma; } s^2 + t^2 = 1. \left(\frac{x'}{|\vec{a}|} \right)^2 + \left(\frac{y'}{|\vec{b}|} \right)^2 = 1 \dots \textcircled{1}$$

This shows the locus is a circle or an ellipse on x' - y' plane, but we can't decide whether the locus is a circle or an ellipse on x - y plane. Let us substitute it for formula $\textcircled{1}$

$$\left\{ \frac{-x \sin \beta + y \cos \beta}{|\vec{a}| \sin(\alpha-\beta)} \right\}^2 + \left\{ \frac{x \sin \alpha - y \cos \alpha}{|\vec{b}| \sin(\alpha-\beta)} \right\}^2 = 1 \dots \textcircled{1}$$

Let us show this by using component \vec{a}, \vec{b} .

$$\frac{a_y^2 + b_y^2}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} x^2 + \frac{a_x^2 + b_x^2}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} y^2 - \frac{2(a_x a_y + b_x b_y)}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} xy = 1 \dots \textcircled{2}$$

Let the point (X, Y) be the point when point (x, y) is rotated counter-clockwise by an angle θ around origin, then following equation is hold.

$$x + yi = (X + Yi)(\cos \theta + \sin \theta i) = (X \cos \theta - Y \sin \theta) + (X \sin \theta + Y \cos \theta)i$$

$$\text{i.e. } (x, y) = (X \cos \theta - Y \sin \theta, X \sin \theta + Y \cos \theta)$$

Let us substitute it for formula ②

$$\begin{aligned} & \frac{a_y^2 + b_y^2}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} (X \cos \theta - Y \sin \theta)^2 + \frac{a_x^2 + b_x^2}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} (X \sin \theta + Y \cos \theta)^2 \\ & \quad - \frac{2(a_x a_y + b_x b_y)}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} (X \cos \theta - Y \sin \theta)(X \sin \theta + Y \cos \theta) = 1 \\ \text{i.e. } & \frac{(a_x^2 + b_x^2) \sin^2 \theta + (a_y^2 + b_y^2) \cos^2 \theta}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} X^2 + \frac{(a_x^2 + b_x^2) \cos^2 \theta + (a_y^2 + b_y^2) \sin^2 \theta}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} Y^2 \\ & \quad + \left\{ \frac{(a_y^2 + b_y^2)(-2 \sin \theta \cos \theta)}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} + \frac{(a_x^2 + b_x^2)(2 \sin \theta \cos \theta)}{(a_x b_y - a_x b_y)^2} - \frac{2(a_x a_y + b_x b_y)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{(a_x b_y - a_x b_y)^2} \right\} XY = 1 \end{aligned}$$

Let us assume that the coefficient of xy -term is 0.

$$\frac{(a_y^2 + b_y^2)(-2 \sin \theta \cos \theta)}{(a_x b_y - a_y b_x)^2} + \frac{(a_x^2 + b_x^2)(2 \sin \theta \cos \theta)}{(a_x b_y - a_x b_y)^2} - \frac{2(a_x a_y + b_x b_y)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{(a_x b_y - a_x b_y)^2} = 0$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{2(a_x a_y + b_x b_y)}{a_x^2 - a_y^2 + b_x^2 - b_y^2}$$

Therefore, it is found the locus is an ellipse or a circle, which is a rotated figure, which is shown in the following equation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

4 Research result:

The locus is an rotated , which is shown in the equation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

How to extend the flight time of a paper plane

Researchers : Yuta Arakawa / Soichiro Oba / Yuji Kitahara / Masahiko Wakabayashi

1 Purpose of study:

We want to find out what conditions can make paper planes fly longer. So we focus on the shapes of wings, dihedral angles, aspect ratios and the positions of gravity center.

2 Method:

In each experiment we examine the flight time and the vector of paper planes

<Experiment 1>

We change the shape of a plane wing into that of a bird wing. Birds have a lot of excellent structures for flying in the sky. We think that the shapes of wings play an important role in flying. We conduct some more experiments by changing the shapes of wings: pointed wings, round wings, ripped wings.

<Experimental 2>

We change dihedral angles, which we think have a great influence on flying up and down. We change the angles by degrees: 0°, 10°, 15°, 20° and 30°.

<Experiment 3>

We change an aspect ratio, which is expressed by the following equation.

In general, the higher the aspect ratio is, the longer the flight time is.

We try the following ratios: 11.9, 5.98, 4.03 and 3.01.

$$\text{Aspect Ratio} = \frac{\text{Wing Span}}{\text{Wing Chord}}$$

<Experiment 4>

We change the positions of the gravity center. We think that the position of gravity center is closely related to the flight time. Then in drawing the design, we set the position of gravity center so that the plane can fly longest. But we want to examine how the difference in the center of gravity affects the flight time and vector. We conduct the experiments by changing the center 5 mm back and forth from the reference point.

3 Results:

Experimental results of the vector are omitted.

<Experiment 1>

	Pointed wing	Round wing	Ripped wing
1th	2.72s	1.77s	1.90s
2th	2.70s	2.37s	1.68s
3th	2.55s	1.90s	1.67s
4th	3.00s	2.15s	1.70s
5th	3.14s	2.78s	1.67s
6th	2.57s	1.91s	1.85s
7th	3.21s	2.37s	1.87s
8th	2.98s	2.30s	1.81s
9th	3.00s	2.10s	1.97s
10th	2.98s	2.11s	1.81s
Average	2.89s	2.16s	1.80s

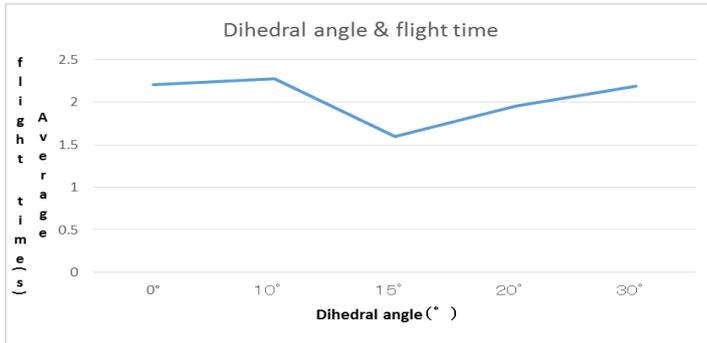
[Average flight time]

Pointed wing . . . 2.89s

Round wing . . . 2.16s

Ripped wing . . . 1.80s

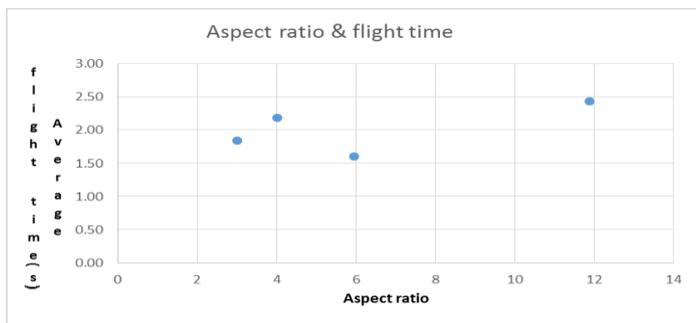
<Experiment 2>



[Average flight time]

- Dihedral angle 0° · · · 2.20s
- // 10° · · · 2.28s
- // 15° · · · 1.61s
- // 20° · · · 1.95s

<Experiment 3>



[Average flight time]

- Aspect ratio 3.01 · · · 1.84s
- // 4.03 · · · 2.18s
- // 5.96 · · · 1.60s
- // 11.9 · · · 2.43s

<Experiment 4>

Center of gravi	X	Y	Z
1th	1.21s	1.38s	2.05s
2th	1.47s	1.35s	1.08s
3th	2.19s	1.38s	1.17s
4th	1.62s	1.28s	1.77s
5th	2.17s	1.27s	1.44s
6th	2.09s	1.15s	1.67s
7th	1.47s	1.04s	1.61s
8th	1.05s	1.38s	1.74s
9th	1.25s	1.37s	1.46s
10th	1.45s	1.36s	1.90s
Average	1.60s	1.30s	1.59s

[Average flight time]

- X · · · 1.60s
- Y · · · 1.30s
- Z · · · 1.59s

4 Consideration:

The results from <Experiment 1> to <Experiment 4> show that the shape of the wings, the dihedral angles, the aspect ratios and the position of the gravity center affect the flight time and vector respectively. We find out that, when the wing shape is pointed, the dihedral angle is 10, the aspect ratio is 11.9 and the gravity center is on the reference point, the flight time becomes longest. We expect that stable and straight forward flight make the flight time longer. On the contrary, it turns out that rising or turning flight makes the flight time longer.

5 Future:

We want to carry out experiments to find the best combination of conditions that gives the longest flight time from the results of the previous experiments.

The Possibility of Generating Electricity from Sound

Reseachers : Kei Yamada / Shoichi Nakamuka / Rio Yamazaki

1 Research Outline and Objectives:

As energy problems become more serious, we thought about new renewable energy sources and learned how to generate electricity by using the reverse principle of sound from the speaker. We wanted to explore efficient ways to generate electricity from regular sound power generation. However, using sounds that have not received much attention for power generation material were our focus. Therefore, we decided to use a piezo-electric element that can transform small vibrations into electricity. We used piezo-electric elements to convert sound into electric energy and investigated what condition of sound was suitable for power generation in order to obtain a larger current.

2 Research Content & Method:

First, we attached a paper cup such that the edge of the piezo-electric element was covered by 2mm at the portion where the bottom of the paper cup is circularly cut. Then, we placed the paper cup with its mouth facing up and placed it on the desk, fixing the speaker to the height of the desk, and changed the pitch [Hz] and the magnitude[dB] of the sound.

The current generated when changing the frequency was investigated. Regarding the size of the sound, as an example of the noise, a sound having a size of 85dB or more was used for experiments from the measurement result of the noise device at a point 6m away from the train tracks.

[Experiment 3] The same experiment as in Experiment 1 was carried out using a conical device (instead of a paper cup) like the photograph below. How current changes were obtained was investigated.

3 Experiment Results & Consideration:

[Experiment 1] From the experiment result in 1, the current obtained periodically increased and decreased. A relatively large current was obtained about every 70 to 80Hz. It is considered that the current obtained at a specific frequency becomes large due to the resonance (*) of the paper cup. Resonance - The object to be vibrated vibrates more greatly in sync with the external vibration.

[Experiment 2] The larger the sound, the larger the current gained. This is because the distortion of the piezo-electric element increases as the amplitude of the sound increases. In the case of 105dB, the current greatly increased compared with the case of 100dB or less, and a graph like a quadratic curve was obtained. As a cause of this, as shown below, since the energy of simple vibration is proportional to the square of the amplitude and the square of the frequency, it is considered that a graph like a quadratic curve was obtained. However, as can be seen from the graph, as the frequency increases, the current obtained decreases, so it can not be said that it is unconditionally proportional.

4 Summary:

Based on the experiments, even with a light-emitting element such as a light-emitting diode requiring small electric power, it was impossible to sufficiently emit light with the current obtained by the sound power generated. However, in this experiment, only the current was measured and the voltage of the piezo-electric element could not be confirmed. Thus, this confirmation of the calculation showed that light emission was impossible. This time, the experiments were conducted changing the condition of the sound and the shape of the aggregating device. However, in this world where we live it is considered difficult to create environment emitting sounds of a certain height. Therefore, in the future I would like to pursue materials and structures that can give off great currents focusing on the devices' sounds.

Study about the reductivity of sucrose in the water

~ About pH effect ~

Reseachers : Nanako Kanda / Koyuki Takahashi / Ema Takeuchi / Yuri Chino

Abstract

Sucrose is hardly hydrolyzed to glucose and fructose in basic situation compared to maltose or cellobiose. But in acidic situation, it's most easily hydrolyzed.

1 Background and Purpose:

“Tanoshikuwakaru Kagakujikken Jiten (The Encyclopedia for Easy-to-understand Chemistry Experiments)” states that Sucrose which does not have reduction power is somehow used in practical silver plating which requires reduction power. To find out why and in what condition Sucrose can show its reducing character, we examined the hydrolysis event. At the same time we checked the other disaccharides that we have learned at the chemistry class.

2 Material & Methods:

We confirmed reduction power of six kinds of sugar by silver mirror reaction: Glucose, Fructose, Sucrose, Maltose, Cellobiose and Lactose. We prepared the water solution of disaccharides and changed its pH and temperature, checking the hydrolysates of each case by paper chromatography. We tried to visualize the molecular action of hydrolyzation using a HGS molecular model.

3 Result:

As the textbook says, all the sugars except Sucrose showed reduction power in the normal silver mirror reaction protocol, but in pH13 Sucrose also reduced Ag^+ (Fig.1&2). In paper chromatography, Sucrose, Maltose and Cellobiose were hydrolyzed over pH13, but in acidic solution, Sucrose was more easily hydrolyzed than the other disaccharides (Fig.3). Reduction sugar, Maltose and Cellobiose were hydrolyzed about 50°C condition at pH 13(Fig.3 Mal). And, almost all of maltose was hydrolyzed at about 80°C .

As the temperature became high, hydrolysis progressed fast. However, we could not gain a clear result with Sucrose's hydrolysis(Fig.3 Suc). Reduction sugar, both Maltose and Cellobiose were fully hydrolyzed in 60 min (pH13, 60°C). While, Sucrose was hydrolyzed only a little in the same condition (the data is not shown).

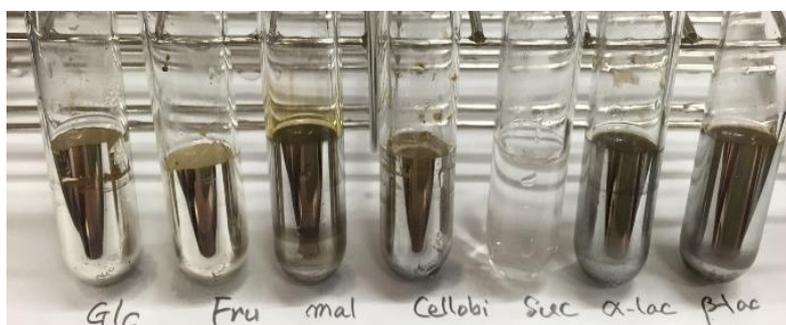


Fig.1 Results of silver mirror reaction

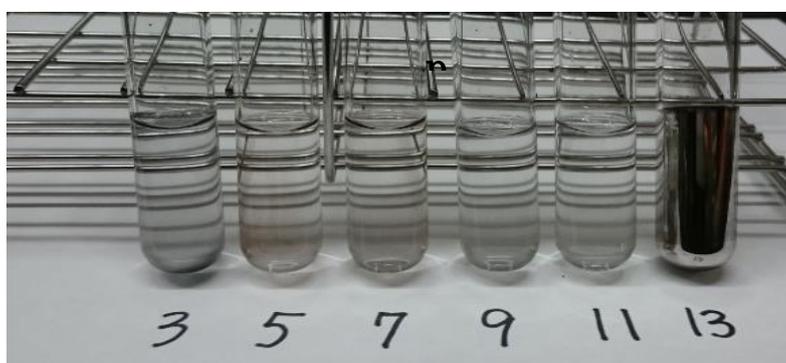


Fig.2 Results of silver mirror reaction of sucrose in various pH

4 Consideration:

We made models of Sucrose, Maltose, and Cellobiose and thought about the stability in molecular level (Fig.4). Although we can't see the reaction mechanism in the invisible world of atom, molecule and ion, we were able to notice (from the comparison with the experimental results) that Sucrose is more likely to be hydrolyzed in acidity but less in basicity. On the other hand, it is harder for Maltose or Cellobiose to be hydrolyzed in acidity but easier in basicity. We tried building an image of H^+ or OH^- attacking Glycosidic bond and hydrolyzing it.

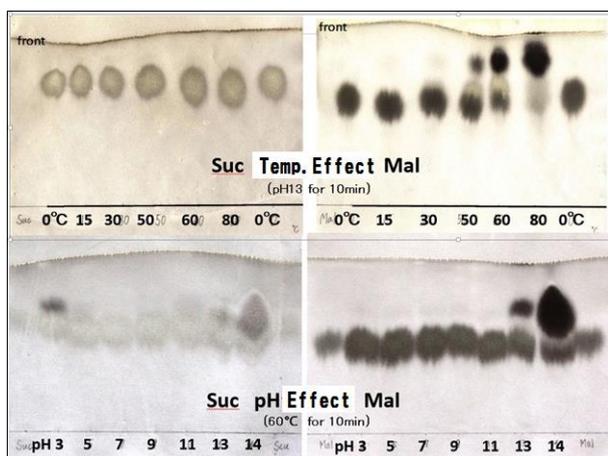


Fig.3 Paper-chromatogram of Suc & Mal Hydrolysates
Data of cellobiose is not shown

Maltose and Cellobiose tended to appear clearly on molecular surface. Sucrose has many oxygen atoms, so H^+ that has a positive charge may attack easily, but OH^- that has a negative charge may not attack easily. Compared to Sucrose, Maltose and Cellobiose have less oxygen atoms, so the attack of H^+ is a little inferior to the attack on Sucrose, and the attack of OH^- is superior to the attack on Sucrose. All things above considered, we seem to be able to explain the results of the experiment.

5 Conclusion:

Sucrose is used in silver mirror reaction because it is hydrolyzed in intense alkaline solution. In addition, we assume that hydrolysis of Glycosidic bond is affected by highly electronegative oxygens around the bond.

The circled parts in Fig.4 are oxygen atoms which are the centers of Glycosidic bond. Sucrose must be hydrolyzed by the attack of H^+ or OH^- on the Glycosidic bond. So we paid attention to oxygen atoms of hydroxyl group that are sterically near to the circled oxygen atoms because whose electronegativity is the largest of all constituent elements. As a result, we found 5 oxygen atoms exist around the oxygen atom (\odot) of Sucrose, when only 4 of them exist in Maltose and Cellobiose.

In addition, we found that the oxygen atoms (\odot) of the Glycosidic bond of Maltose and Cellobiose have less steric hindrance than those of Sucrose, and the oxygen atoms of

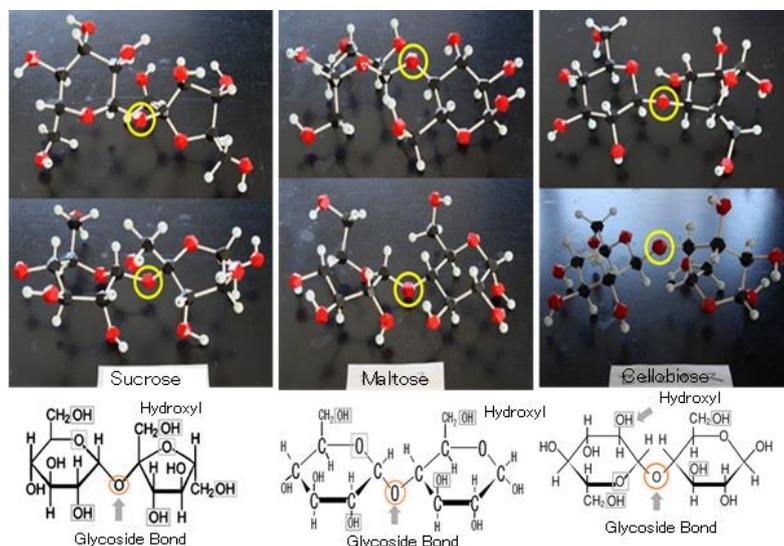


Fig.4 Structure of Sucrose • Maltose • Cellobiose

\odot : Center "Oxygen" of Glycoside Bond

Fuel Cell Research

Reseachers : Seiya Koyama / Kousei Fukai / Ren Urayama / Tomoya Hanyuu

1 Abstract:

The fuel cell, which generates electricity from hydrogen and oxygen, is particularly efficient and eco-friendly. It has now become an energy source noted by many people. We directed our attention to the mechanism of the fuel cell and we are now carrying out numerous experiments for the purpose of finding out the way in which we can stably maintain a high voltage for a long period of time. Furthermore, seeing that very expensive metals such as platinum or palladium are now used as the catalysis of the fuel cell, we will also research for cheaper materials and verify their utility.

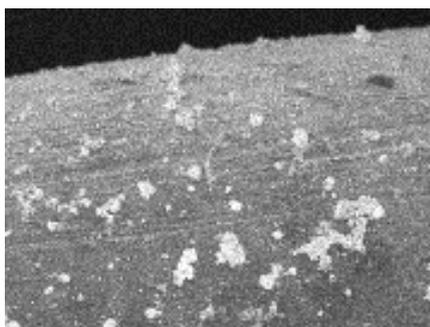
2 Experimentation Method:

Firstly, we plated the electric poles with palladium and platinum. Secondly, we researched a combination of electric poles (stainless steel, nickel), mesh (100, 200), plating (palladium, platinum) and electrolytes (phosphoric acid, sodium hydroxide). Finally, we observed the surface of the poles by using an electron microscope.

3 Results and Findings:

Concerning the electric poles, nickel was better than stainless steel. On the other hand, 100 Mesh was better than 200 Mesh. We thought the reason was 100 Mesh has more metal per unit area than 200 Mesh. Finally, platinum was far more exceptional than palladium. We could find the difference of the electric poles with mesh, and plating. However, we could not find the difference between phosphoric acid and sodium hydroxide. Furthermore, we could get a better result by using cation-exchange film. As a result of our observation, platinum was plated finer on the surface of electric poles than palladium. Moreover, nickel had more platinum fire grain than stainless steel.

Nickel



Stainless steel (when metal is 100 mesh and covered by platinum)



4 Future Prospects:

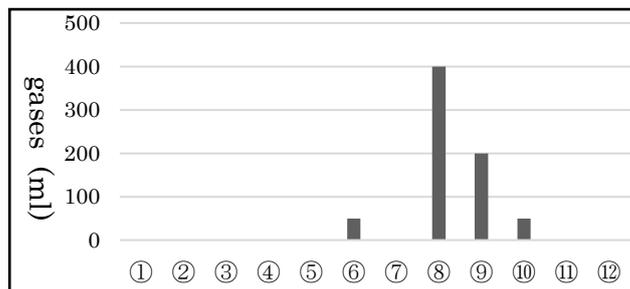
We would like to research to use carbon papers, which are plated with platinum instead of using the metals we used. We could research only platinum and palladium as catalysis, so we want to research other catalysis. Furthermore, in this research we used Chloroplatinic acid for plating. But, we received some advice from Professor Arai that it would be more effective to plate with diamino nitrite platinum in place of Chloroplatinic acid and it would be better to change the amount of platinum in order to spread surface area. Therefore we want to try those methods.

Methane Fermentation and Quantification of Methane

Reseachers: Yuusuke Kutsukake / Tsukino Sato / Manaka Aoki

We started this research to find more effective way to get energy from wastes.

We used raw garbage in order to know if they can produce methane gas. So, we preserved the following substances in plastic bottles for one month at normal temperature. The following graph shows what materials we used and how much unidentified gas was produced.



Next, we tried to devise a simple and effective quantification method for methane gas by the next two experiment.

substances	raw garbage	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	cattle manure		○	○		○	○	○						○	
	soil from rice fields			○	○	○	○	○		○					○
materials of raw garbage		peach, eggplant, Chinese cabbage, banana ,mackerel					sprout, cabbage, carrot, green pepper, yellowtail dried persimmon								

1. Measuring the water weight

When methane is burned ($\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$), water is produced in proportion to the amount of methane. We thought by comparing the mass of a container before and after the combustion. We can measure the amount of water generated from the burning.

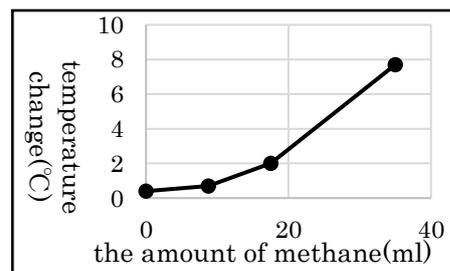
Result: From the experiment, 71% of theoretical amount was actually recovered on average, but the variation range was big and reproducibility was low.

2. Measuring using the temperature change by the flame

When burning a constant amount of methane, we measured the temperature rise of a copper plate at a constant distance. Then, we made a graph showing the correlation between the amount of methane and temperature change. We found experiment 2 is comparatively more reproducible.

Finally, we quantified the amount of methane made from raw garbage using the method of experiment 2. We also asked Shinshu University to analyze the gas by gas chromatography technology , and compared to our results.

Although our quantification was far from accuracy, it was successful to distinguish whether a gas contained considerable amount of methane or not.



test tube	⑥	⑧	⑨	⑩	atmosphere
gas chromatography	0.16ml	12ml	11ml	0.049ml	0.0080ml
our quantification	impossible	8.8ml	24ml	impossible	

How to Make a Bubble Ring That is Less Likely to Break

~ Breakability varies dependent on water temperature!~

Researchers : Genta Sakato / Atsushi Sakamoto / Ryota Seki / Hikaru Tajima

Do you know what a bubble ring is? A bubble ring is a ring of air that is made underwater by dolphins. This can also be man-made. We questioned how we can make a bubble ring that is less likely to break and lasts long, and started our research.

1 How to create a bubble ring:

We created a device for experiments, which was cylinder-shaped and had a hole(2.8cm across) on the front and 1/2-cut balloon on the back.(fig.1,fig.2) When the device is submerged underwater, the posterior balloon is pulled and released, and then water is pushed out of the frontal hole. This creates a stream of water that is shaped like a circle. At this time, an underwater pump is placed in front of the device which generates air bubbles. Then the air bubbles flow in the stream of water and a bubble ring is formed.(fig.3)



fig.1 <front>



fig.2 <back>



fig.3

2 The way to conduct experiments:

We thought that we had to create a bubble ring which floated not so fast and reduce its buoyancy. We realized that when water temperature rose, the bubble ring's buoyancy was reduced and the bubble ring traveled longer distance, so we decided to research the change in traveling distance of a bubble ring in varied temperatures(2 to 30°C).

3 The results of the experiments:

We found two things about the relations between the water temperature and traveling distance of a bubble ring.(fig.4)

1. The lower the water temperature is, the longer distance a bubble ring travels.
2. The traveling distance of a bubble ring does not monotonously shorten due to a rise in temperature.

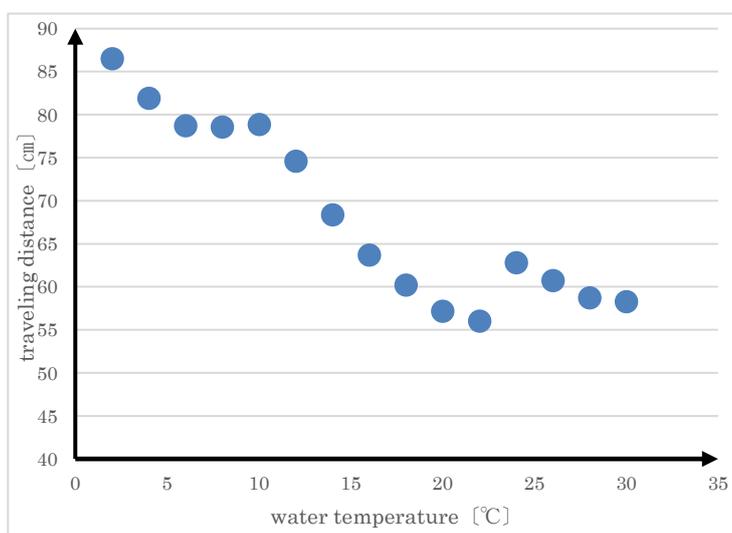


fig.4

4 A consideration of the reasons of the results:

1. Why is it that the lower the water temperature is, the longer distance the bubble ring travels?

Firstly we thought of what changed when we changed the water temperature. We focused on the water viscosity. We realized that the water viscosity and the traveling distance of a bubble ring changed in an almost identical pattern.(fig.5) We believe that when the water temperature goes down, the water viscosity gets greater, and that it increases the sustainability of the air bubbles and allows the bubble ring to travel a longer distance, even if the bubble ring's buoyancy is increased.

2. Why does the traveling distance bubble ring not shorten monotonously due to a rise in temperature?

Actually we carried out the experiments at different times. That is, the room temperature and the temperature of air bubbles at one experiment were different from those at another one. Thus, the pressure on the air bubbles were different and the traveling distance of a bubble ring did not monotonously shorten.

5 The conclusion:

To create a bubble ring that travels longer distances, a lower water temperature is necessary. Also we found that the traveling distance of a bubble ring is related to the room temperature, in other words, related to the pressure on air bubbles, so we would like to research the correlation between the room temperature and the traveling distance of a bubble ring in the future.

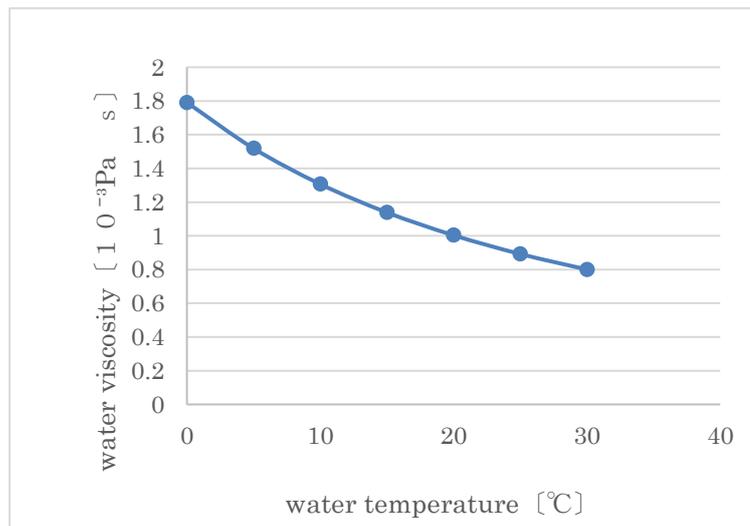


fig.5

The Biology of Scenedesmus

～ How do they form coenobia by the effects of Daphnia and sugar? ～

Reseachers : Kazama Yugo / Ishikawa Takanori / Tanaka Yusuke / Horiuchi Hiroto

1 Abstract:

Ikadamo is a kind of green algae living in freshwater. It is classified as a Scenedesmus or Desmodesumus genus. It forms a coenobium of 2ⁿ(1.2.4.8) cells like a raft and the Japanese name *Ikadamo* is after this characteristic shape. It is known for its ability to produce and contain hydrocarbons in its body.



Figure1 Scenedesmus

Thanks to preceding studies, we understood that Scenedesmus species response to odor substances given off by Daphnia, its predators, and they increase the number of connected cells in order to make self-defensive forms. We also understood that

they increase the number of cells in the presence of glucose as well. Then we examined whether Daphnia or its odor substances and glucose would actually affect the formation of coenobia and whether disaccharide sucrose also would act like monosaccharide glucose. Moreover, we investigated variations in their size due to sugar, which was not mentioned in preceding papers.

2 Method:

<Scenedesmus Culture>

We purchased some Scenedesmus algae for the use of our experiments and cultured them in an incubator at 25°C to increase their population. The broth we used was Hyponex (5000 times dilution.) We subcultured them under various conditions in order to obtain ones that did not form a colony.

<Experiments>

We carried out the following experiments and took photos of the Scenedesmus in a culture fluid.

① Effects of Daphnia(odor substances)

First, we put two types of Daphnia into each Scenedesmus culture fluid. We classified them according to how many cells were connected to form a coenobium. Then we counted the population of the Scenedesmus in each case and examined how the rate of each number varied.

② Effects of Glucose and Sucrose

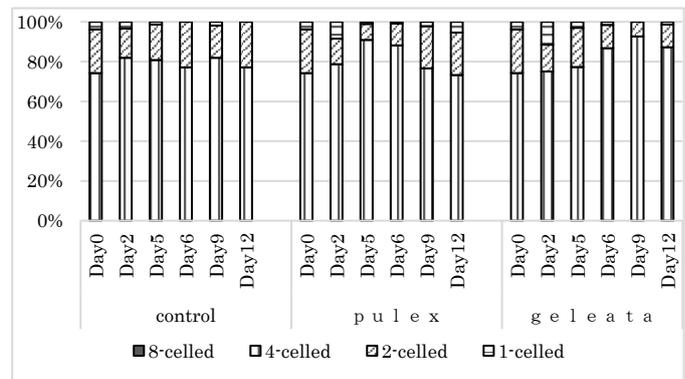
We added glucose and sucrose to each Scenedesmus culture fluid. Then we counted the population in each case and examined how the ratio varied in the same way as in Experiment ①.

Moreover we measured the body length of the 4-celled coenobia in the photos by using image editing software “GIMP.”

3 Results:

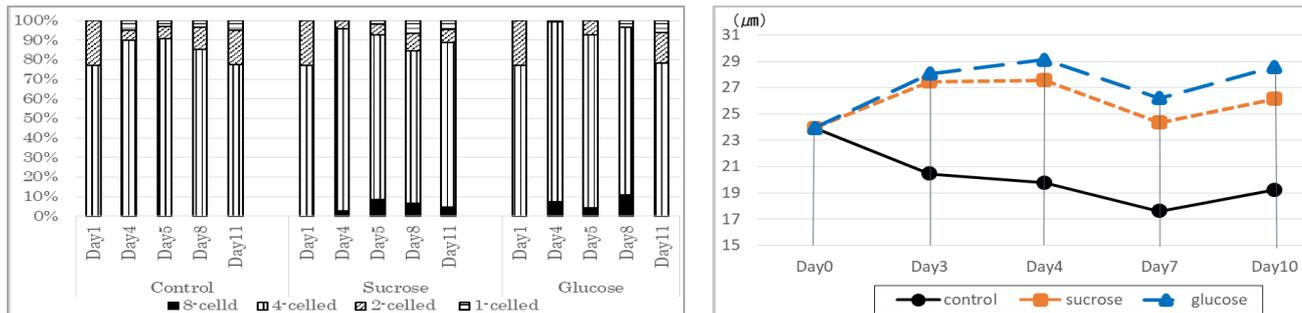
① Effects of Daphnia(odor substances)

As you can see, compared with the “control,” in which the rate was almost constant, especially 4-celled coenobia increased by 17% from 1st Day to 6th Day in the presence of Daphnia pulex and also increased by 19% from 1st Day to 10th Day in the presence of Daphnia geleata. However, we could not find any 8-celled coenobia.



Graph 1: The rate of the connected-cell number in the presence of Daphnia

② Effects of Glucose and Sucrose



Graph 2: The rate of the connected-cell number in the presence of sucrose or glucose

Graph 3: The variation of the size of the coenobia in the presence of sugar

Although we couldn't find any 8-celled coenobia in the "control", their presence was confirmed in the case where sucrose or glucose were added. And the body length of the coenobia grew longer by a maximum of $3.58\mu\text{m}$ in the case where sucrose were added, and also by $5.17\mu\text{m}$ at most in the case of glucose. On the other hand, it became shorter by a maximum of $6.36\mu\text{m}$ in the "control."

4 Discussion:

①As we had expected, the rate of 4-celled Scenedesmus increased a little in the presence of Daphnia. Against our expectation, however, we could not find any Scenedesmus which had 8 or more than 8 cells. We could not conclude this time that it was odor substances that caused such a result, partly because the number of Daphnia we obtained was so small that we could neither get enough odor substances.

②According to our expectation, we actually verified that the rate of 8-celled Scenedesmus increased in sucrose or glucose culture fluids, although no remarkable difference was recognized between the two. On the other hand, the photos showed the total number of Scenedesmus was smaller in both of the sugar fluids than in the "control." And the number became smaller and smaller day by day.

We may need to take a following fact into consideration as well as a direct effect of sugar when referring to the cause of such a result. In the sugar fluids appeared many bacteria, which we think might have restricted propagation of the Scenedesmus but have encouraged them to form colonies. Judging comprehensively from a series of the results, sugar must have influenced either the Scenedesmus coenobia directly or the environment surrounding the Scenedesmus, to some degree.

We also investigated the size of the Scenedesmus in our experiment. We had expected that their size in a sugar fluid would become larger and stop the growth at a certain size, and that their size would not change in the "control." According to our expectation, the Scenedesmus in the sucrose and glucose fluids once grew larger but didn't show any certain tendency afterward. On the other hand, those in the "control" got smaller against our expectation. It is considered that the concentration may have increased when we moved the Scenedesmus from an Erlenmeyer flask in which we had taken care of them to each fluid, which might have caused the shortening of their size. But considering the fact that their size in both of the sugar fluids got larger even in the same condition, we can say the sugar must have influenced the size of the Scenedesmus.

Finally, judging from the series of experiments we carried out, some reactions of Scenedesmus surely have something to do with Daphnia and sugar. We have yet to confirm how these two factors work on Scenedesmus in detail. We would like to discover the precise mechanism in the future.

On the Germination-controlling Effects of Oats on Other plants

～ To find out the time and space scope of a herbicidal effect ～

Reseachers : Ito Akari,/ Ihara Ayumi,/ Imai Mutsuki

1 Purpose:

We can see a biological phenomenon called allelopathy in some plants. They influence the biology of other plants around them by producing and giving off chemical substances, and this function is called allelopathy. For example some prevent the growth of other plants around them, and others attract or keep off creatures and microorganisms, and so on. Oats(*Avena sativa*) are known for having some influences on the plants around them and the microorganisms under the ground as allelopathic plants, but many of the specific effects have not been explained yet. So we examined how oats would actually influence the growth and sprouting of radishes(*Raphanus sativus* var. *longipinnatus*).

2 Method:

First we planted oats in a straight line on agar mediums without any nutrients. Next we planted radishes in three patterns beside the oats; ① 2cm away from them, ② 4cm away, ③ 6cm away.

10 days after we planted the radishes, we measured their roots and checked the germination rate.

<Experiment 1> Both the radishes and the oats were planted at the same time.

<Experiment 2> The radishes were planted 10 days after the oats were planted. ... (A)

The radishes were planted 20 days after the oats were planted. ... (B)

<Experiment 3> We picked up the radish seeds that did not sprout in <Experiment 2> and then replanted them on another agar medium where no oats were planted. And we observed whether they would sprout or not.

<Experiment 4> Both the radishes and the oats were planted at the same time. ... (C)

The radishes were planted 10 days after the oats were planted. ... (D)

This time we planted them on a well-crushed agar medium.

3 Results:

<Experiment 1> We had expected that the closer the radishes were planted to the oats, the lower the germination rate of the radishes was and the worse their growth. But in fact there was only a little noticeable tendency like that.

<Experiment 2> Results of (A): The radishes showed the same results as <Experiment 1>.

Results of (B): There was a stronger tendency than in <Experiment 1> and the closer the radishes were to the oats, the lower the rate of sprouting.

<Experiment 3> The radishes sprouted. This result shows that the oats influenced the radishes.

<Experiment 4> Both (C) and (D) showed that the closer the radishes were to the oats, the lower the germination rate was.

And the rate in the case (D) was lower than that in (C).

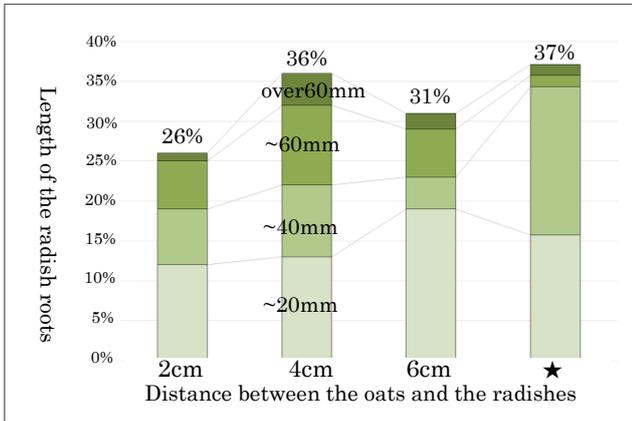
4 Consideration:

The results show that oats have some effects to prevent germination. We can see from the experiments that the longer the oats grow and the closer the oats are to the radishes, the lower the germination rate of the radishes is. And we can also see that the oats grown on well-crushed agar mediums have stronger effects of preventing germination than those grown on normal agar mediums. That must be due to fine space or gaps in the well-crushed agar mediums. The

biochemicals spread faster when there was some water in the gaps of the mediums. This suggests that the preventing substances from oats are highly water-soluble.

On the other hand, we couldn't find any noticeable effects of preventing growth of other plants this time, which are widely known.

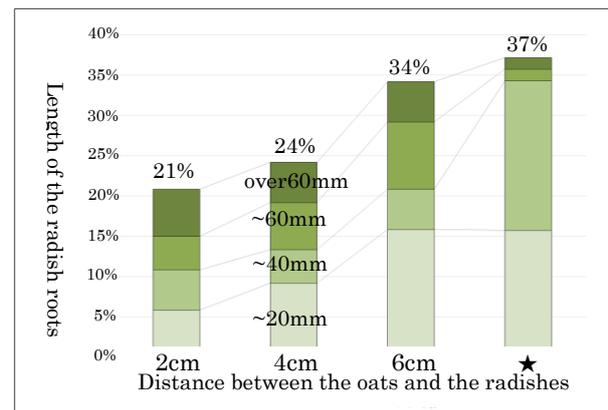
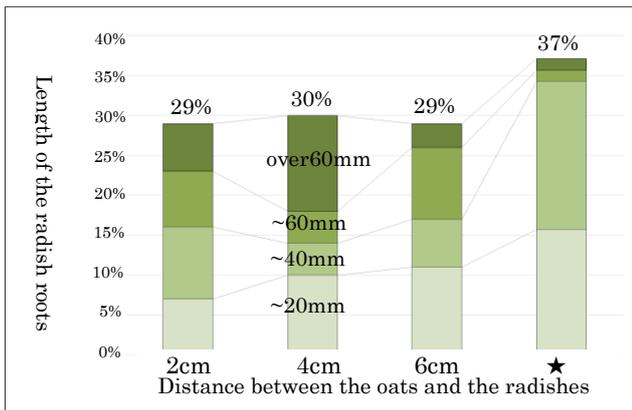
It is necessary to do some chemical analyses of the substances which have the germination inhibition effects and verify the growth-suppressive effects of oats in the future. And to develop practical uses of these functions is also our future subject.



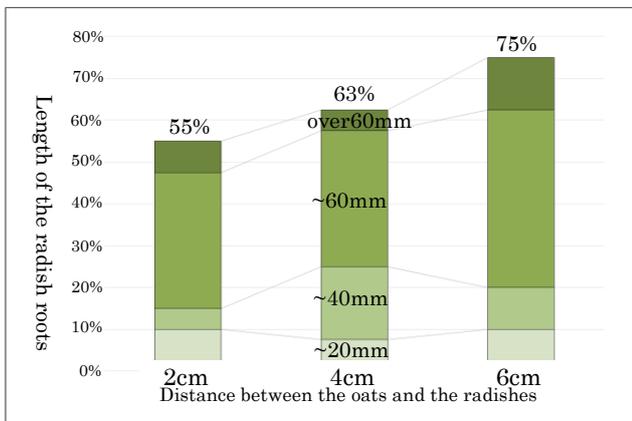
※ The percentage over each bar shows the germination rate rate of the radishes.

The bar with ★ shows the radishes solely grown for 10 days.

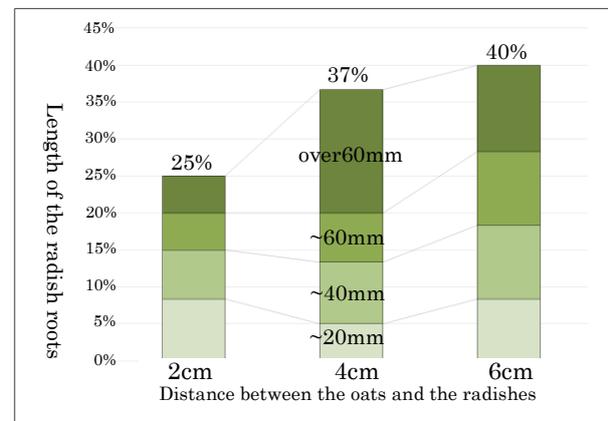
<Experiment 1>



<Experiment 2> (A)



<Experiment 2> (B)



<Experiment 4> (C)

<Experiment 4> (D)

Producing Bioethanol

Reseachers : Kubota Shun / Takeuchi Suzunosuke / Miyairi Kota

1 Consideration:

Although it was possible to extract ethanol from common plants that are regarded as useless and exposed, it was not efficient because the concentration of produced ethanol was very small and it took a long time to produce. However, if the amount of plants used in our experiment increased, the production of ethanol will increase. Therefore, we found the possibility of extracting bioethanol from those plants.

The reason we could produce ethanol in our experiment is that, we think glucose is formed by a reaction of digestive medicine and starch which are included in crushed plants and thus the glucose reacts with yeast. Assuming so, it is doubtful that cellulose, which accounts for a large portion of the plants body, is broken down and produces ethanol.

We found that it was essential to determine the conditions that are better for producing bioethanol. We examined the ways of production which are easier in order to develop techniques produce bioethanol more efficiently and cheaply.

2 Result:

See graphs below from Experiment 1.

Graphs in here

<Barley Straw>

Barley straw pretreated with NaOH generated CO₂ very well. However, the one pretreated with H₂O didn't generate much CO₂.

<Leaves of Water Chestnuts>

Leaves of water chestnuts pretreated with H₂O or by pressurization generated CO₂ the best. However, the ones pretreated with H₂SO₄ or NaOH didn't generate much CO₂.

<Shells of Water Chestnuts>

Shells of water chestnuts pretreated with H₂O or by pressurization generated CO₂ the best. The one pretreated with H₂SO₄ didn't generate much, but the one pretreated with NaOH started to generate CO₂ gradually after seven days had passed.

<Western Waterweed>

Unlike other plants, western waterweed pretreated with H₂SO₄ generated CO₂ very well, and the one pretreated by pressurization didn't generate so much.

From Experiment 1, we found that the leaves of water chestnuts pretreated with H₂O, leaves of water chestnuts pretreated by pressurization, and shells of water chestnuts pretreated by pressurization are suitable for Experiment 2.

Species (How to Pretreat)	Amount of Generated CO ₂	Concentration of Generated Ethanol	Number of Days for Experiment 2
Leaves of Water chestnuts (H ₂ O)	8.0 (ml)	0.450 (g/L)	4 (days)
Leaves of Water Chestnuts (pressurization)	9.0 (ml)	0.426 (g/L)	6 (days)
Shells of Water Chestnuts (pressurization)	11.0 (ml)	0.476 (g/L)	5 (days)

Judging from this chart, it is clear that the subject also generated ethanol if it generated CO₂.

Experiment Summary:

Experiment 1: We checked the quantity gas emitted by 16 kinds of patterns every 1st for 16 days and think that it is a condition suitable for bioethanol generation.

Experiment 2: A large quantity of gas emitted by 5 patterns that measured the quantity of gas emitted again. We checked the ethanol production using an absorptivity altimeter.

Experiment 3: We tested it in the condition that we thought was most suitable for bioethanol generation. Then, we divided the time finely, observed it, and considered the quantity of gas emitted and the relationship with bioethanol production.

On Conditions under which Liquefaction is Likely to Happen

Researchers : Moe Sakano / Nene Naito / Misaki Masuzawa / Tsubura Miyasaka

1 Purpose and Overview:

When an earthquake occurs, liquefaction can cause damage to the area. Liquefaction refers to the temporary disturbance of balance between the particles forming the ground due to the impact or vibration of the earthquake, and to the ground becoming liquid because water contained in the underground rises through the gaps between the particles. Liquefaction includes sand boiling, which means that sand and water contained in the layer rises and spurt out on the ground, and the ground subsidence, which occurs when particles are once pulled apart and piled up again. We focused on sand boiling because it is easy to visualize in an experiment and decided to study the conditions under which liquefaction is likely to occur.

As factors causing the liquefaction, the environment in which accumulation was occurring, the size of particles forming sediment and how they are combined, the amount of water, and water pressure are listed. In our study, we focused on how different sizes of particles are combined and their mass ratio, water pressure at the time of occurrence of sand boiling, and the level of groundwater when sand boiling and ground subsidence occur and considered the causes of liquefaction after an earthquake occurs.

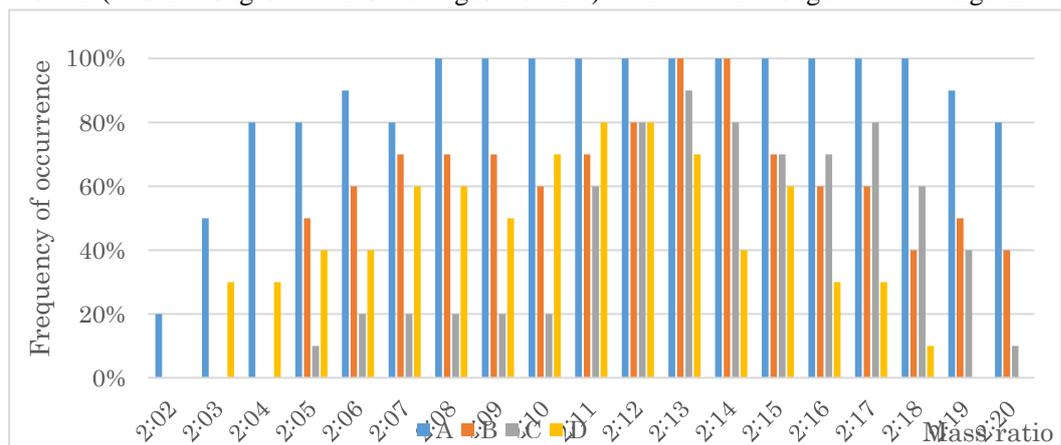
2 Experiment, Its Result and Consideration:

(1) A consideration on the combinations of different sizes of particles and their mass ratio

- ① In a preliminary experiment, we found that the combination of particles with 125 μm in diameter and those with 500 μm out of 9 types is most likely to sand boiling.

※From now on, we refer to sand particles with 500 μm diameter as *coarse sand* and those with 125 μm diameter as *fine grain sand*.

② We prepared four screw tubes with different volumes that are filled with water inside and they are called A,B,C and D according to the volume(A is the longest and has the largest volume). And we investigated the change in frequency of sand boiling when impact is given to each container as we changed the mass ratio by adding different amounts of fine grain sand with the amount of coarse sand the same.



Graph 1

《Result and Consideration》

- From graph 1, in any of the containers, the frequency is high when the ratio is 2:11 to 2:13 and it is low when the ratio is less than 2:7, 2:17 or more.

→When the frequency is low, it is apparent that fine grain sand is too thick or too thin compared with the amount of coarse sand. In contrast, we can see a clearly graded structure when the frequency is high.

• From graph 1, the frequency is different in each container and it is highest in A, which has the largest volume.

→The smaller the container is, the shorter the distance the sand sinks into the bottom is and the shorter the duration it takes to be piled again after stirring. This leads to the difficulty in forming a graded structure. And the water pressure on the layer also decreases. We can consider that these are affecting the frequency of occurrence of sand boiling.

Hypothesis 1 on sand boiling: It is related to the amount of water contained in the layer and the water pressure on its surface.

(2) Inspection of Hypothesis 1

• Using a plastic bottle of 500ml with a tube, we examined whether sand boiling will occur or not according to the change in the amount of water. We put 20g of fine grain sand and 120g of coarse sand in the container and filled it with water. Then we reduced the water by 0.5 cm each time and changed the distance between the water surface and the top of the sand, hence changed the water pressure. In doing so, we investigated whether sand boiling will occur or not and how far the ground sinks.

« Result and consideration »

• Table 1 shows the presence or absence of sand boiling according to the change in water pressure. Graph2 shows the distance of ground subsidence.

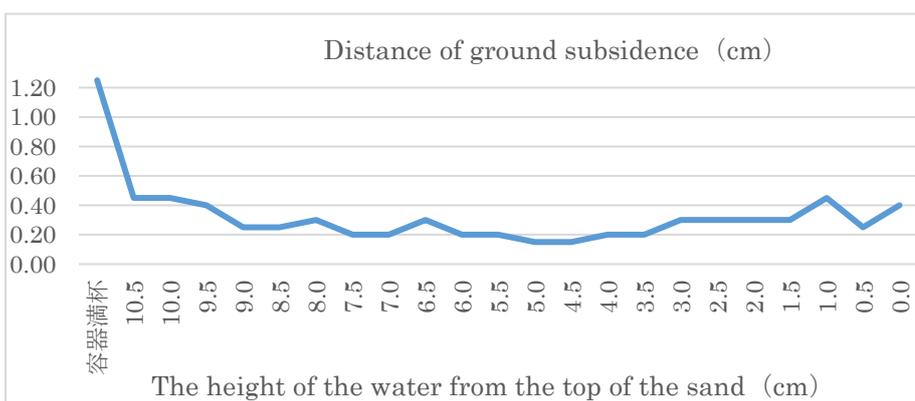
Table 1

The height of the water from the surface of the sand (cm)	container full	10.5	10	9.5	9	8.5	8	7.5
Presence or absence of spray sand	○	○	○	○	○	○	○	○

7	6.5	6	5.5	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

• From Table1 it can be seen that sand boiling occurred in every case.

• →The occurrence of sand boiling and water pressure are not related .



• From graph2 it can be seen that distance of ground subsidence is very large when the container is full. In addition, the distance increases when water is decreased to 1.0 cm to 0.0 cm.

→The greater the water pressure on the layer is, the greater the water pressure on the particles in the layer is and the more likely the water is to rise.

As the amount of water transferred during stirring and the amount of water at the time of deposition increased, it is considered that the amount of settlement increased by that amount.

Hypothesis 2 on sand boiling and ground subsidence : They are related to the groundwater level.

(3) Inspection of Hypothesis 2

• Using a transparent pipe with a uniform cross section, the groundwater level was gradually lowered by 5mm each, and the water level was changed to 0mm by draining water. We investigated whether sand boiling occurred or not and

how far the ground sank with each groundwater level.

《Result and Consideration》

• Table2 shows the presence or absence of spray sand at each groundwater level, and graph3 shows the amount of ground subsidence.

Table 2

Ratio of height to ground level	20:20	20:19.5	20:19	20:18.5	20:18	20:17.5	20:17	20:16.5	20:16	20:15.5
Presence or absence of spray sand (First time)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
(Second time)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
(Third time)	○	○		○	○	○		○	○	○
(Forth time)	○	○		○	○	○		○	○	○
(Fifth time)	○	○		○	○	○		○	○	○

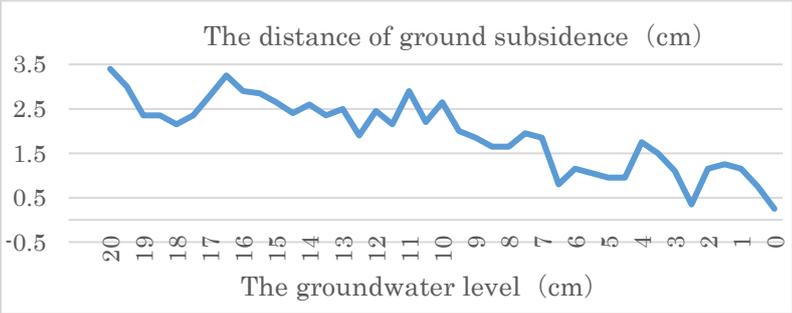
20:15	20:14.5	20:14	20:13.5	20:13	20:12.5	20:12	20:11.5	20:11	20:10.5	20:10	20:9.5	20:9	20:8.5	20:8	20:7.5
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

20:7	20:6.5	20:6	20:5.5	20:5	20:4.5	20:4	20:3.5	20:3	20:2.5	20:2	20:1.5	20:1	20:0.5	20:0
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x
	x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x
	x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x
	x	x	x		x	x	x		x	x	x		x	x

• From table2, you can see that sand boiling does not occur when the water level is less than 20:9.5.

→when the height of the groundwater level reaches about one-half of the layer, it becomes difficult for sand boiling to occur.

Graph 3



• From Graph3, the distance of ground subsidence became the largest when the height ratio was 1:1, and even if sand boiling did not occur, ground subsidence occurred.
 →If the layer contains a lot of water, the gap between the particles is larger and the water between them serves as lubricant. So the

amount of water blown out increases. However, if the groundwater level is low compared to the height of the layer, water cannot rise to the surface of the ground and there is no sand boiling.

Conditions under which sand boiling occurs 3: The height of groundwater needs to be more than one-half of the height of the layer..

3 Conclusion and Future challenges:

In this study, it can be inferred that the following four conditions are those under which sand boiling and ground subsidence occur.

- (1)The graded structure and the fine grain sand have a certain thickness.
- (2)The ratio of the amount of sand to that of water is less than a certain figure.
- (3)The container is highly filled with.
- (4)The groundwater level is at least half of the sand layer.

It is predictable that the frequency of occurrence of liquefaction is high in the areas satisfying the above conditions such as land reclaimed from the sea and those with high groundwater level, so you should be careful.

In the future, we would like to conduct experiments in a state closer to the real fields by using a seismometer or a container with a large cross section, and want to make the above conditions more accurate.